



**Уральский
федеральный
университет**

имени первого Президента
России Б.Н.Ельцина

**Институт радиоэлектроники
и информационных
технологий — РТФ**

А. Е. МАНОХИН

МЕТОДЫ СЛЕПОГО ПОДАВЛЕНИЯ ПОМЕХ ПРИ ОБРАБОТКЕ ПОЛЕЗНЫХ СИГНАЛОВ

Учебное пособие

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

А. Е. Манохин

МЕТОДЫ СЛЕПОГО ПОДАВЛЕНИЯ ПОМЕХ ПРИ ОБРАБОТКЕ ПОЛЕЗНЫХ СИГНАЛОВ

Учебное пособие

Рекомендовано методическим советом
Уральского федерального университета
для студентов вуза, обучающихся
по направлениям подготовки
11.05.01 — Радиоэлектронные системы и комплексы;
11.04.01 — Радиотехника

Екатеринбург
Издательство Уральского университета
2021

УДК 537.86:621.37(075.8)

ББК 32.841я73

М23

Рецензенты:

кафедра инфокоммуникационных технологий и мобильной связи УрТИСИ СибГУТИ (заведующая кафедрой канд. техн. наук, доц. *Н. В. Будылдина*); д-р физ.-мат. наук, проф. *А. Д. Ивлиев* (кафедра математических и естественнонаучных дисциплин ФГАОУ ВО «Российский государственный профессионально-педагогический университет»)

Научный редактор — доц., канд. техн. наук *Ю. А. Нифонтов*

Манохин, А. Е.

М23 Методы слепого подавления помех при обработке полезных сигналов : учебное пособие / А. Е. Манохин ; М-во науки и высш. образования РФ. — Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2021. — 204 с.

ISBN 978-5-7996-3306-6

Изложены методы подавления помех с использованием биспектральной обработки, алгоритмов слепого выделения (разделения) сигналов, алгоритмов на основе статистик высших порядков, адаптивных моделей, вейвлет- и векторно-матричного преобразования случайных процессов. Приводится классификация указанных методов и формулируется термин «слепые условия». Большинство изложенных методов реализованы в лабораторных работах на платформе Simulink.

Предназначено для студентов, изучающих дисциплины, связанные с приемом и обработкой сигналов. Будет полезна аспирантам и научным работникам, занимающимся вопросами преодоления широкой априорной непараметрической неопределенности.

Рис. 85. Табл. 2.

УДК 537.86:621.37(075.8)

ББК 32.841я73

ISBN 978-5-7996-3306-6

© Уральский федеральный
университет, 2021

Список сокращений

АКФ —	автокорреляционная функция
АНК —	анализ независимых компонент
БГШ —	белый гауссов шум
БПФ —	быстрое преобразование Фурье
НУ —	начальные условия
НСК —	(алгоритм) наименьших средних квадратов
ОПФ —	обратное преобразование Фурье
ОСШ —	отношение сигнал—шум
ППФ —	прямое преобразование Фурье
СКО —	среднеквадратическое отклонение
СФ —	согласованный фильтр
УНП —	узкополосный нормальный процесс
DUET —	degenerate unmixing and estimation technique
EVD —	eigenvalue decomposition
FP —	fixed point
GEVD	generalized eigenvalue decomposition
ICA —	independent component analysis
LMAT —	least mean absolute third
LMS —	least mean square
NGA —	natural gradient algorithm

Условные символы и обозначения

C —	число обусловленности
$D(\mathbf{x}; \mathbf{t})$ —	плотность вероятности
d —	помеха
$E\{\dots\}$ —	оператор усреднения
$G(j\omega)$ —	амплитудно-частотный спектр
G —	выигрыш в отношении сигнал—помеха
G_c —	выигрыш в скорости сходимости
\mathbf{H} —	смешивающая матрица
$H(j\omega)$ —	амплитудно-частотная характеристика канала
$h(\tau)$ —	импульсная характеристика канала
\mathbf{I} —	единичная матрица
K —	число усреднений биспектра
L —	число весовых коэффициентов фильтра
l —	проигрыш винеровскому фильтру
$M_{ij}^x(t)$ —	моментная функция $(i+j)$ -порядка процесса x
m_{ij}^x —	момент $(i+j)$ -порядка процесса x
N —	объем выборки
\mathbf{p} —	вектор взаимно корреляционной функции отсчетов входного и полезного сигналов
\mathbf{Q} —	обеляющая матрица с элементами q_{ij}
q —	отношение сигнал—помеха (помеха—шум) по мощности
$R_x(\tau)$ —	корреляционная функция процесса x
\mathbf{R} —	корреляционная матрица входного сигнала
$r_x(\tau)$ —	нормированная корреляционная функция процесса x
$S(j\omega)$ —	спектральная плотность мощности
$S_x(\omega_1, \omega_2)$ —	биспектр процесса x
s —	полезный сигнал
T_s —	период дискретизации
$W(j\omega)$ —	коэффициент передачи

\mathbf{W} —	разделяющая матрица
$w(\tau)$ —	импульсная характеристика фильтра
\mathbf{w} —	вектор весовых коэффициентов фильтра
y —	входной сигнал (смесь полезного сигнала и помех)
y_w —	обеленный входной сигнал
$\mathbf{\Gamma}$ —	матрица Гессе с элементами Γ_{ij}
κ_4 —	эксцесс
$\lambda_{\max}, \lambda_{\min}$ —	максимальное и минимальное собственные числа матрицы
λ_{Π} —	интенсивность процесса Пуассона
μ —	коэффициент (параметр) адаптации
ν —	широкополосный шум
η —	отношение сигнал—помеха по мощности
σ —	среднеквадратическое отклонение
σ_x^2 —	дисперсия процесса x

Предисловие

Учебное пособие состоит из 2 разделов: в разделе А приведена теория, в разделе Б — практикум. Раздел А состоит из 4 глав. В первой главе приведена классификация помех, рассматриваемых в данном издании. Излагаются классические методы подавления помех, их основные недостатки, а также основные понятия слепой обработки сигналов. В завершение раздела формулируются задача и классификация методов слепого подавления помех.

Во второй главе раскрывается суть фильтрационных и компенсационных методов слепого подавления помех с помощью алгоритмов слепого выделения сигналов на основе максимизации их эксцессов и моментов третьего порядка и слепого разделения в опорном канале адаптивного компенсатора. Показаны достоинства и недостатки слепых алгоритмов выделения с фиксированной точкой типа FastICA, AbsKurtFP и градиентных алгоритмов типа AbsKurt, KuicNet, Max3Mom, а также алгоритмов слепого разделения процессов Жуттена — Эро, DUET и на основе минимизации взаимной информации.

В третьей главе описаны универсальные структурные схемы, реализующие фильтрационные методы с использованием прямой и косвенной биспектральной обработки сигналов и дополнительной медленной и гауссовской фильтрации. Синтезирован оптимальный фильтр и адаптивный компенсатор помех в биспектральной области по критерию минимальной абсолютной ошибки третьей степени, а также согласованный фильтр по критерию максимизации отношения абсолютных значений моментов 3-го порядка сигнала и помехи, эвристический метод обнаружения импульсного сигнала на фоне помех с симметричным (гауссовским) распределением с использованием статистик высших порядков.

Четвертая глава посвящена разработке модельного компенсатора помех, работоспособного в условиях полной взаимной некоррелированности помех в каналах. Предложены несколько схем компенсаторов, в т. ч. с вейвлет-обработкой и векторно-матричным преобразо-

ванием, с выходными корректирующими и адаптивными фильтрами для выравнивания каналов.

В разделе Б приведен практикум, состоящий из 5 лабораторных работ.

Большинство вопросов, связанных с затронутой тематикой, в русскоязычной литературе недостаточно широко освещены, поэтому предложенные автором методы фильтрации сигналов с помощью би-спектральной обработки и слепого выделения, а также компенсации помех на основе адаптивных моделей, векторно-матричного преобразования случайных процессов и слепого разделения помех в опорном канале будут полезны студентам в ходе более глубокого изучения дисциплин, связанных с приемом и обработкой сигналов. Лабораторные работы позволят закрепить знания в этой области и получить дополнительные умения по разработке оптимальных приемников в условиях действия различных помех, основываясь на слепых подходах.

Автор выражает глубокую признательность рецензентам, а также кандидату технических наук, доценту Ю. А. Нифонтову за ценные замечания и рекомендации по изложению материала. В подготовке лабораторного практикума оказывали помощь аспиранты ИРИТ-РТФ УрФУ В. И. Мусихин, А. А. Агалямов, К. С. Белков.

Введение

Источниками помех могут быть передающие устройства радиотехнических систем, электромагнитные непреднамеренные излучения от различных источников, в т. ч. промышленные помехи, собственные шумы приемника и т. п. Разнообразие помех породило большое количество методов борьбы с ними. В ряде известных монографий В. А. Котельникова [1], А. А. Харкевича [2], В. И. Тихонова [3], Б. Р. Левина [4], Л. С. Гуткина [5], П. А. Бакута [6] обобщены результаты многолетних исследований по данному направлению. Подавляющее большинство научных публикаций посвящено тем или иным вопросам обеспечения помехоустойчивого и помехозащищенного приема сигналов либо частным решениям по различным конкретным проблемам. В качестве примеров можно указать работы Ю. И. Лосева [7], С. А. Курицына [8], В. И. Джигана [9], Н. Е. Кириллова [10], Б. Уидроу [11], А. А. Харкевича [12], С. Хайкина [13, 14] и др.

Так, вопросы борьбы с сосредоточенными по спектру помехами рассматривались авторами: Л. М. Финком [15], В. Г. Карташевским [16], Д. Д. Кловским [17], А. И. Фалько [18, 19], А. С. Котоусовым и А. Е. Морозовым [20], Ю. И. Савватеевым [21], М. Н. Чесноковым [22], Ю. Г. Сосулиным [23] и др. — в контексте разработки фильтрационных и компенсационных методов подавления помех.

Другой важной проблемой борьбы с помехами является подавление импульсных помех, создаваемых системами радиорелейной и спутниковой связи, средствами радиолокации и радионавигации. Во многих случаях уровень импульсной помехи оказывается столь значительным, что приводит к нарушению работоспособности приемника и к безвозвратной потере участков полезного сигнала. Борьба с импульсными помехами, которые подавляются в основном с помощью методов нелинейной обработки, рассматривается в работах Д. Д. Кловского [17], М. Н. Чеснокова [22], В. Г. Карташевского [16], О. И. Шелухина [24], В. Г. Валеева [25] и др.

Серьезно борьбу с помехами осложняет недостаточность априорных сведений об их параметрах, а также о параметрах выделяемого сигнала. В условиях, когда о сигнале и помехе ничего не известно, применяются методы так называемой слепой обработки сигналов (Blind signal processing). Обработка сигналов вслепую на протяжении более трех десятков лет актуальна для систем радиолокации, радионавигации, радиосвязи, в задачах фильтрации сигналов и изображений, в том числе в медицинской аппаратуре и т. д. Однако вопросы слепого подавления помех в литературе недостаточно раскрыты, а теоретическое обоснование и практическое применение методов слепого подавления отсутствует в доступных источниках. Поэтому разработка новых методов борьбы с помехами вслепую является актуальной и востребованной в настоящее время.

РАЗДЕЛ А

1. Методы оптимальной обработки сигналов и подавления помех при априорной параметрической и непараметрической неопределенности

Помехой d называется стороннее возмущение, действующее в системе передачи и препятствующее правильному выделению информации (сообщений) [12]. Полезным является сигнал, который подвергается обработке и дальнейшей фильтрации.

Помехи могут быть классифицированы следующим образом.

1. По способу взаимодействия с полезным сигналом s :
 - аддитивные, когда принимаемый сигнал выражается суммой полезного сигнала и помехи, т. е. $y(t) = s(t) + d(t)$;
 - мультипликативные — принимаемый сигнал выражается произведением полезного сигнала и помехи $y(t) = s(t)d(t)$.
2. По характеру изменения во времени [26]:
 - флуктуационная — представляет собой случайный процесс с равномерной спектральной плотностью мощности;
 - импульсная — представляет собой случайную последовательность импульсов (например, атмосферная);
 - узкополосная — помеха, энергия которой сосредоточена в узкой полосе около некоторой частоты (например, сторонние радиостанции).
3. По виду плотности распределения:
 - гауссовские;
 - негауссовские.

В качестве моделей сигналов и помех используются случайные процессы x_n , задаваемые n -мерными законами распределения $D(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n)$. Если процесс гауссовский, то его можно задавать более простыми характеристиками: математическим ожиданием, дисперси-

ей, корреляционной функцией, спектральной плотностью мощности случайного процесса. Негауссовские процессы целесообразно описывать кумулянтами или моментами высших порядков.

Алгоритмы моделирования сигналов и помех, используемых в учебном пособии, изложены в прил. 1.

Под оптимальной обработкой сигналов понимается выделение полезных сигналов на фоне помех по какому-либо критерию. Оптимальная обработка предполагает подавление помех, мешающих выделению сигналов.

Все существующие методы подавления помех можно распределить на три группы. Методы, работающие в условиях:

- полной априорной определенности;
- априорной параметрической неопределенности;
- априорной непараметрической неопределенности.

Необходимо дать определение подавлению помех как максимально возможное уменьшение искажающего действия помех на полезный сигнал. Методы подавления помех основаны на использовании отличия помех от сигнала по форме, спектру, распределению или отдельным параметрам (мощности, фазе, моментам, кумулянтам и т. п.). Чем больше это отличие, тем больше может быть эффективность подавления.

Традиционные методы подавления помех можно разделить на *фильтрационные* и *компенсационные*.

1.1. Фильтрационные методы

Фильтрационные методы подавления помех — методы частотной фильтрации, временной селекции и амплитудного ограничения, основанные на различии сигнала и помехи соответственно по частотному спектру, времени прихода и уровню. К ним также относятся такие сложные для реализации методы, как синхронное детектирование и корреляционный прием [12, 5].

Выделение сообщения на фоне помех при оптимальной фильтрации основано на знании формы сигнала и метода модуляции его сообщением, характеристик помех и т. п. Оптимальная фильтрация выполняется, как правило, по двум основным критериям — минимального

значения среднеквадратического отклонения фильтрованного сигнала от его эталонного (или первичного) значения и максимума отношения пикового значения сигнала к среднеквадратическому значению помехи на выходе фильтра.

Если на входе оптимального фильтра действует аддитивная смесь $y(t)$ полностью известного сигнала $s(t)$ и стационарного в широком смысле случайного процесса $d(t)$ с известной спектральной плотностью $S_d(\omega)$, то возможно синтезировать оптимальный фильтр по критерию максимума отношения сигнал—помеха по мощности с передаточной характеристикой [3]:

$$W_{opt}(j\omega) = c \frac{G_s^*(j\omega)}{S_d(\omega)} e^{j\omega t_0},$$

где c — некоторая константа; $G_s^*(j\omega)$ — комплексно-сопряженный спектр полезного сигнала; t_0 — момент времени, соответствующий наибольшему отношению пикового значения сигнала к среднеквадратическому значению помехи.

Следовательно, предельно возможное значение отношения сигнал—помеха по мощности на выходе такого фильтра определяется выражением

$$q = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_s(j\omega)}{S_d(\omega)} d\omega, \quad (1.1)$$

где $S_s(j\omega)$ — спектральная плотность полезного сигнала.

В частности, для фильтрации в полосе ΔF_c одиночного символа (цифровой последовательности) с амплитудой A_0 и длительностью τ_n на фоне широкополосной гауссовой помехи с мощностью P_n , отношение сигнал—помеха на выходе фильтра согласно формуле (1.1) $q = \tau_n A_0^2 \Delta F_c / P_n$. При этом *такой фильтр можно применять только тогда, когда известен момент времени окончания полезного сигнала t_0 .*

Если детерминированный сигнал принимается на фоне негауссовых помех, то сначала входной сигнал необходимо пропустить через блок нелинейного безынерционного преобразования, а затем подать на коррелятор [24] или согласованный фильтр. Например, при обнаружении слабых сигналов, т. е. малом отношении сигнал—помеха, приемник можно построить по схеме, как на рис. 1.1. *Однако для синтеза приемника необходимо знать распределение помехи D , которое априорно не известно.*

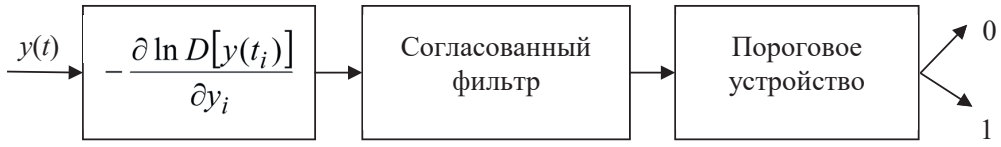


Рис. 1.1. Обнаружитель детерминированного сигнала на фоне некоррелированной негауссовой помехи (D -распределение помехи)

Критерий минимизации СКО фильтрованного сигнала от его эталонной формы более всего подходит, когда необходимо выделить полезный сигнал. Самым распространенным оптимальным фильтром по данному критерию является фильтр Винера. Он имеет передаточную функцию [27]

$$W_{opt}(j\omega) = \underbrace{\left[\frac{1}{G_y(j\omega)} \right]}_{W_v(j\omega)} \underbrace{\left[\frac{S_{ys}(j\omega)}{G_y^*(j\omega)} \right]}_{W_s(j\omega)} = \frac{S_{ys}(j\omega)}{S_y(\omega)}, \quad (1.2)$$

где $S_{ys}(j\omega)$ — взаимная спектральная плотность процессов $y(t)$ и $s(t)$; $S_y(\omega)$ — спектральная плотность процесса $y(t)$; $W_v(j\omega)$ — передаточная характеристика обеляющего фильтра; $W_s(j\omega)$ — передаточная характеристика формирующего фильтра; $G_y(j\omega)G_y^*(j\omega) = S_y(\omega)$.

Фильтр Винера представляет собой последовательность обеляющего и формирующего фильтров (рис. 1.2): первый фильтр формирует белый шум единичной спектральной плотности, последний — оценку полезного сигнала.

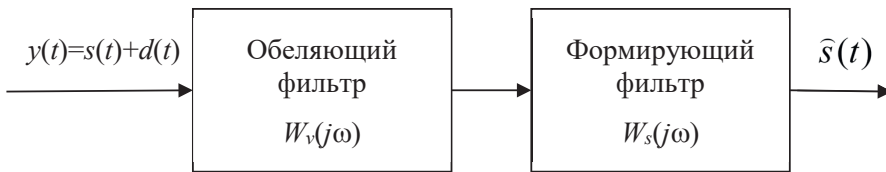


Рис. 1.2. Фильтр Винера

Дисперсия ошибки фильтрации на выходе оптимального фильтра Винера может быть выражена [28] так:

$$\begin{aligned} \overline{\varepsilon^2(t)_{opt}} &= \overline{[s(t) - \hat{s}(t)]^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_s(\omega) [1 - W_{opt}(j\omega)] d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_d(\omega) \frac{S_s(\omega)}{S_s(\omega) + S_d(\omega)} d\omega, \end{aligned}$$

где $S_s(\omega)$ — спектральная плотность мощности сигнала; $S_d(\omega)$ — спектральная плотность мощности помехи.

Например, дисперсия ошибки фильтрации, когда выделяется гауссовско-марковский сигнал с дисперсией σ_s^2 и шириной спектра α на фоне помех с дисперсией σ_d^2 на фоне белого гауссова шума, рассчитывается по формуле

$$\overline{\varepsilon^2(t)}_{opt} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma_s^2 \cdot 2\alpha}{\eta \cdot 2\alpha + \alpha^2 + \omega^2} d\omega = \frac{\sigma_s^2 \alpha}{\sqrt{\eta \cdot 2\alpha + \alpha^2}},$$

где η — отношение мощности сигнал—помеха.

Фильтр Калмана асимптотически эквивалентен фильтру Винера по передаточной функции, но структурно реализуется в виде системы с обратной связью и синтезируется через систему дифференциальных уравнений. Его основным достоинством является более простая алгоритмизация для компьютерного моделирования [29].

Допустим, известно, что полезным сигналом является гауссовско-марковский процесс (который формулируется дифференциальным уравнением первого порядка):

$$\frac{ds}{dt} = -\alpha s(t) + v(t),$$

где $v(t)$ — порождающий процесс.

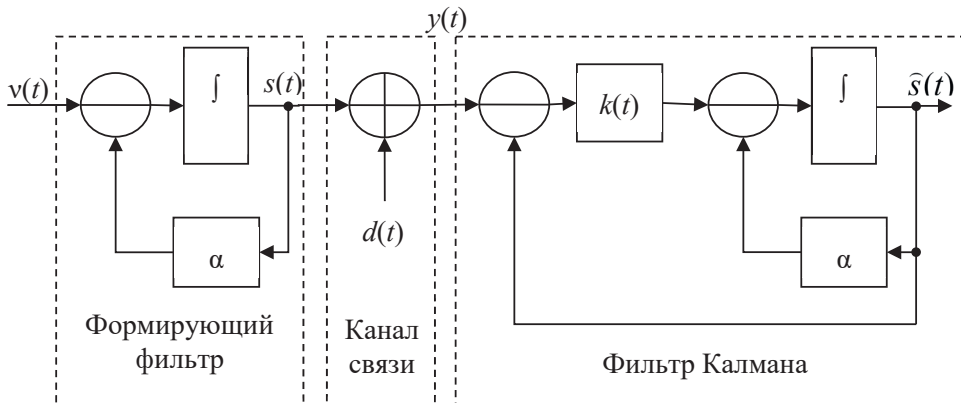


Рис. 1.3. Структурная схема процесса выделения фильтром Калмана полезного сигнала

Путем соответствующих преобразований [29] дифференциального уравнения окончательно получаем фильтр Калмана

$$\frac{d\hat{s}}{dt} = -\alpha\hat{s}(t) + k(t)[y(t) - \hat{s}(t)],$$

где $k(t)$ — коэффициент усиления фильтра.

В стационарном состоянии коэффициент передачи фильтра [29]

$$k = \alpha \left(\sqrt{1 + \frac{2\eta}{\alpha}} - 1 \right).$$

При этом производится моделирование порождающего процесса и прохождение его через формирующий фильтр, эквивалентный по параметрам фильтру, формирующему гауссовско-марковский процесс на передающей стороне.

Таким образом, в структуру фильтра Калмана заложена модель сообщения. Поэтому фильтр Калмана можно построить в виде рекуррентного алгоритма только в том случае, если имеются априорные данные о параметрах случайного процесса, который он фильтрует.

При обработке сигналов на фоне негауссовых помех применяется теория нелинейной фильтрации. В основе нелинейной оптимальной фильтрации лежит уравнение относительной апостериорной плотности вероятности $D(\varphi, t)$, по-другому называемое уравнением Стратоновича:

$$\frac{\partial D(x, t)}{\partial t} = L_{\Phi\Pi}(x)D(x, t) + [F(x, t) - \bar{F}(x, t)]D(x, t),$$

где $L_{\Phi\Pi}$ — оператор уравнения Фоккера — Планка; $F(x, t)$ — функция Стратоновича; $\bar{F}(x, t)$ — среднее значение этой функции, $\bar{F}(x, t) = \int_{\varphi} F(x, t)D(x, t)d\varphi$.

Строгое решение уравнения Стратоновича отсутствует, поэтому его решение ищут с определенными ограничениями, например если известен закон формирования сообщения или использована гауссова аппроксимация апостериорной плотности вероятности [29].

В частности, при фильтрации ЧМ-сигнала с девиацией $\Delta\omega$ (сообщением является гауссовско-марковский процесс) на фоне гауссова шума решение уравнения Стратоновича приводит к синтезу схемы на рис. 1.4.

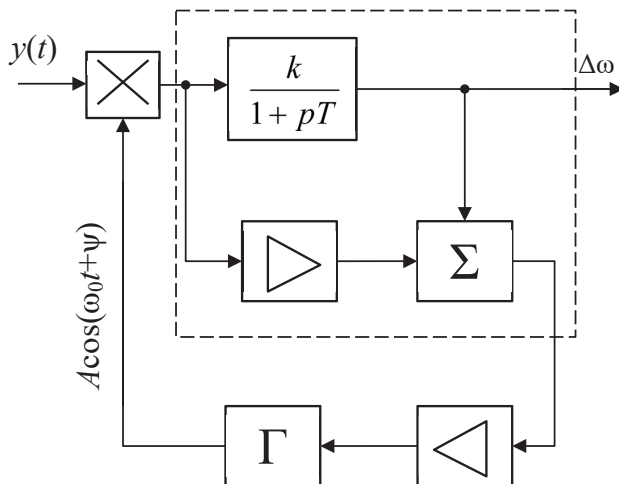


Рис. 1.4. Структурная схема фазовой автоподстройки частоты [27]

Однако в случае априорной неопределенности относительно параметров сигналов и помех синтезировать нелинейный приемник затруднительно.

1.2. Компенсационные методы

Компенсационные методы основаны на выявлении и учете в процессе обработки значений параметров помех, относящихся к конкретной реализации. Если в месте приема полезного сигнала можно получить сведения о всех параметрах помехи в любой момент времени, то она может быть подавлена с любой степенью точности. Для этого в приемном устройстве формируют опорные колебания, по форме и величине тождественные помехе, зашумляющей сигнал, но имеющей противоположную полярность. При подаче сформированного колебания в основной канал приемника происходит компенсация помехи.

В одноканальных компенсаторах информация о помехе может быть получена из зашумленной смеси, а затем после синтеза помехового сигнала он вычитается из суммы сигнала и помехи (рис. 1.5). В многоканальных вариантах реализации компенсаторов число каналов, как правило, зависит от количества компенсируемых помех.

Однако построение и алгоритмы функционирования блоков оценки параметров помехи и формирования копии помехи в опорном канале существенно зависят от структурных особенностей и статистических свойств помеховых сигналов [20], которые заранее могут быть неизвестны.

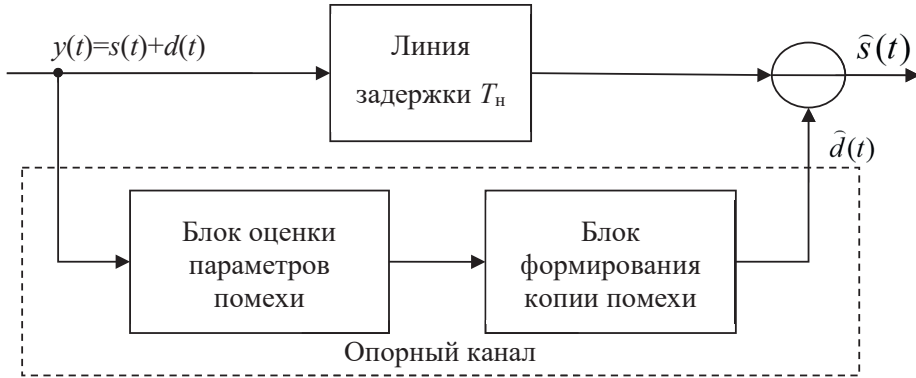


Рис. 1.5. Обобщенная структурная схема одноканального компенсатора помех

1.3. Параметрическая неопределенность

Параметрическая неопределенность возникает тогда, когда хотя бы один сигнальный или помеховый параметр неизвестен. Существует значительное количество различных алгоритмов преодоления параметрической неопределенности. Все они построены на основе байесовского правила принятия решения (или критерия среднего риска). Например, при неизвестной начальной фазе сигнала алгоритм обнаружения амплитудно-манипулированного сигнала с пассивной паузой на фоне белого гауссова шума принимает решение на основе сравнения значения огибающей напряжения на выходе оптимального приемника (например, согласованного фильтра или коррелятора, настроенного на сигнал «0») с некоторым порогом U_n [26]. При превышении порога принимается решение в пользу сигнала «1», в противном случае — в пользу сигнала «0» (рис. 1.6).

В случае, когда неизвестно несколько параметров, обнаружитель может строиться по многоканальной схеме или при помощи последовательных следящих измерителей [3]. Чем меньше параметрическое различие между соседними каналами, тем точнее будет происходить

обнаружение. При этом число каналов определяется при всевозможных сочетаниях этих неизвестных параметров, что на практике встречает технологические трудности.



Рис. 1.6. Обнаружитель сигнала с неизвестной начальной фазой

1.4. Непараметрическая неопределенность

Классическим определением *непараметрической неопределенности* является отсутствие информации о вероятностном распределении помех или когда класс помех шире класса гауссовых помех [4].

Обычно к непараметрическим алгоритмам относят алгоритмы, инвариантные к распределению помехи только при одной из гипотез, например когда обеспечивается постоянство уровня ложных тревог. Истинно непараметрические алгоритмы должны обладать нечувствительностью к распределению при обеих гипотезах [30].

Если плотности вероятности неизвестны, то возможны три подхода к обнаружению (фильтрации) полезного сигнала [3]:

- задать приближенную априорную плотность вероятности, при этом учесть, что ее вид будет влиять на качество обнаружения и фильтрации;
- применить эвристические алгоритмы обнаружения и фильтрации на основе различных статистик;
- использовать адаптивный прием.

1.4.1. Метод ядерных функций

Приближенная плотность вероятности помехи может быть задана непараметрической оценкой Парзена — Розенблатта [31, 32]

$$D(y) = \frac{1}{N\Delta} \sum_{i=0}^{N-1} C\left(\frac{y - y_i}{\Delta}\right),$$

где N — размер обрабатываемой выборки; Δ — коэффициент размытости (ширина окна); $C(y)$ — ядерная функция.

Ядра должны удовлетворять условиям нормировки, неотрицательности, четности и нулевого среднего. На практике часто используют следующие ядра [33]:

- прямоугольное

$$C(z) = \frac{1}{2}, |z| < 1; \quad (1.3)$$

- квадратическое

$$C(z) = \frac{15}{16} (1 - z^2)^2, |z| < 1; \quad (1.4)$$

- гауссово

$$C(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}. \quad (1.5)$$

Исходя из минимизации относительной ошибки аппроксимации функции плотности вероятности, существует оптимальная ядерная функция, которая не зависит от истинной плотности вероятности, объема выборки и размерности пространства [34] и называется ядром Епанечникова:

$$C(z) = \frac{3}{4\sqrt{5}} \left(1 - \frac{z^2}{5} \right), |z| < \sqrt{5}. \quad (1.6)$$

Утверждается, что $D(y)$ сходится к истинной плотности вероятности для широкого класса ядер (в частности, для выражений (1.3)–(1.6)) при N , стремящемся к бесконечности и стремлении коэффициента размытости к нулю [32].

Выбор коэффициента размытости представляет непростую задачу. Если он мал, то оценка плотности вероятности имеет резкие перепады. При большом значении Δ оценка становится чрезмерно гладкой и неточной. Оптимальное значение коэффициента размытости определяется из минимальной относительной ошибки аппроксимации функции плотности вероятности:

$$\Delta = \left(\frac{\int_{-\infty}^{\infty} C^2(z) dz}{N \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial^2 D(y)}{\partial y^2} \right)^2 dy} \right)^{\frac{1}{5}}.$$

В частности, если оцениваемая плотность — гауссова, то для гауссова ядра коэффициент размытости соответственно

$$\Delta = \sigma \left(\frac{4}{3N} \right)^{\frac{1}{5}}, \quad (1.7)$$

где σ — СКО процесса.

Коэффициент размытости зависит от распределения помех, поэтому в условиях непараметрической неопределенности метод ядерных функций можно применять только при грубой оценке Δ , например, референтными эвристическими методами (коэффициент находится для гауссовского случая), методами подстановки [35] и кросс-валидации [36, 37], бутстраповскими методами [38]. Однако эти методы не всегда гарантируют хороший результат [39].

В задачах радиомониторинга или радиолокации наблюдение помехи без сигнала — нередкое явление, поэтому допустим, что на определенное время доступна выборка помехи. По ней формируется плотность распределения на основе метода ядерных функций, а затем проводится оценка условной плотности вероятности смеси бинарного сигнала с помехой. Под бинарным сигналом понимается детерминированный сигнал с длительностью τ_n и амплитудами σ_s (если передается «1») и 0 (если передается «0»).

По критерию максимального правдоподобия (является частным случаем критерия идеального наблюдателя при равновероятном появлении гипотез) принимается решение о приеме символа (при независимости отсчетов помехи):

$$\sum_{i=0}^{\tau_n-1} \ln \frac{D(y_i | "1")}{D(y_i | "0")} \geq 0,$$

где τ_n — длительность символа.

Средняя вероятность ошибки с учетом отношения времени наблюдения T_n к длительности символа (импульса) $Q = T_n / \tau_n$ рассчитывается по формуле [40]

$$p_{\text{ош}} = 1 - \Phi \left(\frac{1}{2} \sqrt{q \frac{T_n}{Q}} \right), \quad (1.8)$$

где q — отношение квадрата амплитуды импульса к дисперсии помехи, $q = \sigma_s^2 / \sigma_d^2$; Φ — интеграл вероятности.

Алгоритм строится по схеме, как на рис. 1.7.

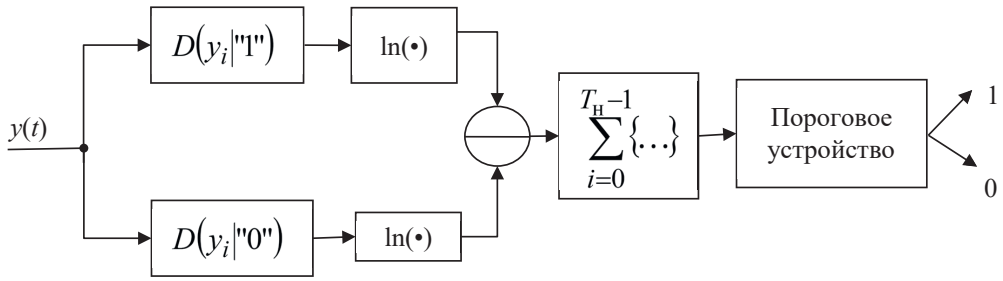


Рис. 1.7. Обнаружитель бинарного сигнала

Путем математического моделирования получены результаты обнаружения импульса с неизвестным временем прихода и периодом наблюдения T_n в гауссовом шуме с дисперсией σ_d^2 .

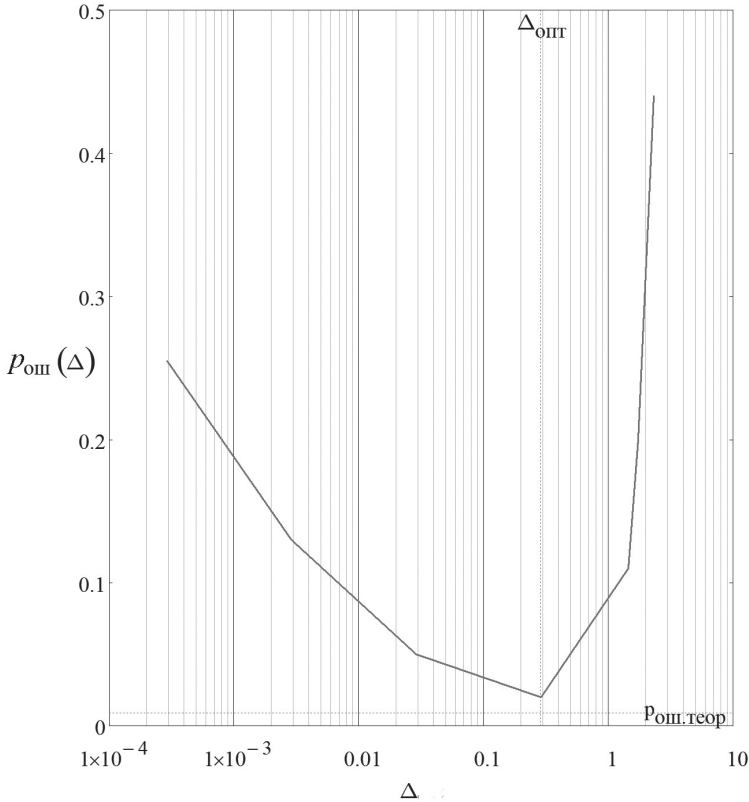


Рис. 1.8. Зависимость вероятности ошибки приема символа от значения коэффициента размытости ($q = 8,5$ дБ, $N = 5000$, $T_n = 25$, $Q = 8$) (--- — теоретическое значение вероятности ошибки по формуле (1.8) и оптимальный коэффициент размытости)

Задается скважность появления импульса Q и строится зависимость вероятности ошибки приема символа от значения коэффициента размытости (рис. 1.8). Для аппроксимации плотности распределения использовано гауссово ядро. Оценка коэффициента размытости проведена по формуле (1.7).

При грубой оценке коэффициента размытости вероятность ошибки возрастает, поэтому основным недостатком данного метода является влияние распределения помех на результаты обнаружения.

Существуют и другие методы аппроксимации плотностей распределения, большинство из которых или основаны на предположении о гауссовости процесса, или применяются для наихудшего случая (минимаксные методы).

1.4.2. Эвристические алгоритмы

К эвристическим алгоритмам обнаружения полезного сигнала могут быть отнесены знаковые, ранговые, знаково-ранговые алгоритмы и их разновидности. Они синтезированы по критерию Неймана — Пирсона.

Представляет практический интерес сравнение наиболее классических непараметрических алгоритмов обнаружения по критерию идеального наблюдателя. Данный критерий часто используется при синтезе связанных приемных устройств, т.е. минимизируется средняя вероятность ошибки обнаружения символа, при этом принимается равновероятное появление гипотез:

$$p_{\text{ош}} = \frac{1}{2}(p_{\text{лт}} + p_{\text{пс}}), \quad (1.9)$$

где $p_{\text{лт}}$ и $p_{\text{пс}}$ — вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала соответственно.

Пусть помеха с независимыми отсчетами имеет симметричное распределение с нулевым средним и дисперсией σ_d^2 , а сигнал — импульсный (детерминированный или случайный) с длительностью τ_i и амплитудами σ_s (если передается «1») и 0 (если передается «0»), тогда алгоритм (рис. 1.9) выполняет подсчет числа положительных и отрицательных значений смеси сигнала и помехи. Если «1» присутствует в смеси, то число положительных значений будет больше числа отрицательных знаков. Допустим, что нам не известно время прихода им-

пульса, но он обязательно должен появиться во время наблюдения T_n . Обозначим отношение времени наблюдения к длительности импульса как $Q = T_n/\tau_n$.

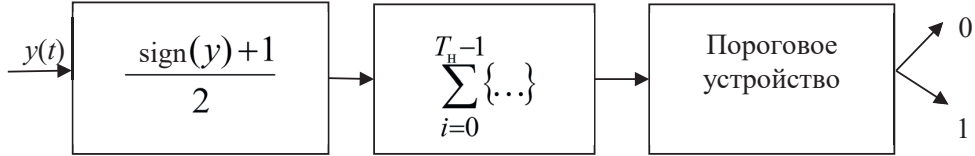


Рис. 1.9. Знаковый обнаружитель бинарного сигнала на фоне симметричной помехи (sign — знаковая функция)

Статистика на выходе сумматора подчиняется биномиальному закону. При большом числе отсчетов может быть аппроксимирована гауссовским распределением с параметрами: $m_1 = T_n p$, $\sigma^2 = T_n p(1-p)$ при наличии полезного сигнала в смеси и $m_1 = T_n/2$, $\sigma^2 = T_n/4$ при его отсутствии, p — вероятность превышения числа положительных значений над отрицательными значениями смеси.

Параметр p с учетом скажкости появления импульса можно вычислить по формуле [4]

$$p = \int_0^{\infty} D\left(x - \frac{\sigma_s}{Q}\right) dx \bigg|_{\sigma_s \ll Q} \approx \frac{1}{2} + \frac{\sigma_s}{Q} D(0), \quad (1.10)$$

где $D(\dots)$ — плотность вероятности помехи с симметричным распределением (в частности, для нормальной плотности помехи $D(0) = 1/\sqrt{2\pi} \sigma_d$, для равномерной помехи $D(0) = 1/2\sqrt{3} \sigma_d$, для лапласовской помехи $D(0) = 1/\sqrt{2} \sigma_d$).

Вероятности ложной тревоги и пропуска выражаются [4] как

$$\begin{aligned} p_{\text{лт}} &= 1 - \Phi\left(\frac{2U_n - T_n}{\sqrt{T_n}}\right), \\ p_{\text{пс}} &= \Phi\left(\frac{U_n - T_n p}{\sqrt{T_n p(1-p)}}\right), \end{aligned} \quad (1.11)$$

где $\Phi(x)$ — интеграл вероятности, $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$; U_n — порог принятия решения.

По критерию идеального наблюдателя вероятность ошибки в выражении (1.9) должна быть минимальной, поэтому через производную найдем порог U_{π} :

$$\begin{aligned} \frac{dp_{\text{ош}}}{dU_{\pi}} &= \frac{1}{2} \left(-\sqrt{\frac{2}{T_{\pi}\pi}} e^{\frac{-(2U_{\pi}-T_{\pi})^2}{2T_{\pi}}} + \frac{1}{\sqrt{2\pi T_{\pi}p(1-p)}} e^{\frac{-(U_{\pi}-T_{\pi}p)^2}{2T_{\pi}p(1-p)}} \right) = 0, \\ e^{\frac{-(2U_{\pi}-T_{\pi})^2}{2T_{\pi}}} &= \frac{1}{2\sqrt{p(1-p)}} e^{\frac{-(U_{\pi}-T_{\pi}p)^2}{2T_{\pi}p(1-p)}}, \\ \frac{(2U_{\pi}-T_{\pi})^2}{2T_{\pi}} - \frac{(U_{\pi}-T_{\pi}p)^2}{2T_{\pi}p(1-p)} - \ln 2 - \frac{1}{2} \ln(p(1-p)) &= 0, \\ U_{\pi} &= \frac{T_{\pi}p - \sqrt{T_{\pi}p(1-p) \left[\ln[4p(1-p)] - T_{\pi} \right]}}{2p-1}. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Подставляя значение порога из формулы (1.12) в выражение для p (1.10) и соответствующих вероятностей из выражений (1.11) в формулу (1.9), можно найти зависимость средней вероятности ошибки от отношения мощностей сигнала и помехи:

$$\begin{aligned} p_{\text{ош}}(q) &= \frac{1}{2} \left(1 - \Phi \left(\frac{2U_{\pi} - T_{\pi}}{\sqrt{T_{\pi}}} \right) + \Phi \left(\frac{U_{\pi} - T_{\pi} \left[\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{q}}{c_3 Q} \right]}{\sqrt{T_{\pi} \left(\frac{1}{4} - \frac{q}{c_3^2 Q^2} \right)}} \right) \right) \Bigg|_{q \ll c_3^2 Q^2 / 4} \approx \\ &\approx 1 - \Phi \left(\frac{\sqrt{q T_{\pi}}}{c_3 Q} \right), \end{aligned} \quad (1.13)$$

где q — отношение квадрата амплитуды импульса к дисперсии помехи, $q = \sigma_s^2 / \sigma_d^2$; c_3 — параметр, зависящий от распределения помехи¹.

При таком приближении порог U_{π} (см. формулу (1.12)) также упрощается:

$$U_{\pi} = \frac{T_{\pi}}{4} (2p + 1).$$

¹ Параметр $c_3 = \sqrt{2\pi}$ — для нормальной помехи; $c_3 = 2\sqrt{3}$ — для равномерной помехи; $c_3 = \sqrt{2}$ — для лапласовской помехи.

С учетом коэффициентов c_3 наименьшую вероятность ошибки дает лапласовская помеха, наибольшую — помеха с равномерным распределением. Поскольку в вычислении порога участвует показатель p , который зависит от распределения помех (см. формулы (1.12) и (1.10)), то знаковый алгоритм при минимизации средней вероятности ошибки приема символа непараметрическими свойствами не обладает.

Рангом отсчета y_i выборки y называется число элементов, значение которых меньше либо равно y_i . В знаково-ранговом алгоритме ранг определяется по абсолютному значению отсчета $|y_i|$, который затем умножается на знаковую функцию входного отсчета $\text{sign}(y_i)$. Учитывая механизм построения рангов, рассматриваемый алгоритм удобнее синтезировать с помощью функции единичного скачка [30]:

$$\sum_{i=0}^{T_n-1} \sum_{j=0}^{T_n-1} f_{\text{скач}}(y_i + y_j) \geq U_n, \quad (1.14)$$

где $f_{\text{скач}}(y)$ — функция единичного скачка, $f_{\text{скач}}(y) = \frac{\text{sign}(y) + 1}{2}$.

Реализация алгоритма² (1.14) может быть выполнена с помощью сдвигового регистра, сумматоров и функции единичного скачка (рис. 1.10).

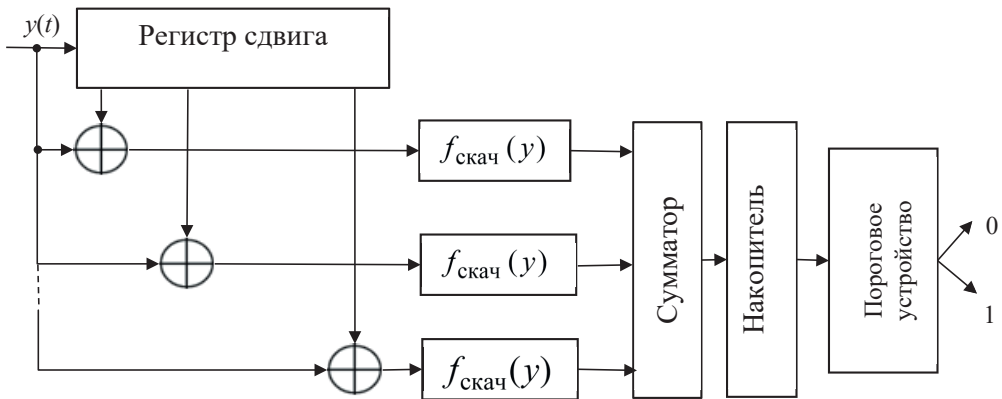


Рис. 1.10. Знаково-ранговый обнаружитель бинарного сигнала на фоне симметричной помехи

Начальные условия работы регистра — отрицательные значения, превышающие по модулю максимально возможные в выборке. На вы-

² Этот алгоритм также называют алгоритмом Вилкоксона.

ходе сумматора формируется результат внутренней суммы выражения (1.14). Значения на выходе накопителя являются результирующей статистикой знаково-рангового обнаружителя.

При больших выборках статистика на выходе накопителя стремится к нормальной, поэтому асимптотические выражения вероятности ложной тревоги и пропуска представлены следующим образом [4]:

$$p_{\text{лт}} = 1 - \Phi \left(\frac{U_{\text{п}} - \frac{T_{\text{н}}^2}{4}}{\sqrt{\frac{T_{\text{н}}^3}{12}}} \right), \quad (1.15)$$

$$p_{\text{пс}} = \Phi \left(\frac{U_{\text{п}} - T_{\text{н}}^2/4 - T_{\text{н}}^2 \frac{\sqrt{q}}{Qc_{\text{зр}}}}{\sqrt{T_{\text{н}}^3/12}} \right),$$

где $c_{\text{зр}}$ — параметр, зависящий от распределения помехи ($2\sqrt{\pi}$ — для нормальной помехи, $2\sqrt{3}$ — для равномерной помехи, $2\sqrt{2}$ — для лапласовской помехи).

Аналогично выражению (1.12) найдем порог $U_{\text{п}}$ по критерию идеального наблюдателя:

$$\exp \left(\frac{-3(4U_{\text{п}} - T_{\text{н}}^2)^2}{8T_{\text{н}}^3} \right) = \exp \left(\frac{-3 \left(T_{\text{н}}^2 c_{\text{зр}} - 4U_{\text{п}} c_{\text{зр}} + 4T_{\text{н}}^2 \frac{\sqrt{q}}{Q} \right)^2}{8c_{\text{зр}}^2 T_{\text{н}}^3} \right),$$

$$(4U_{\text{п}} - T_{\text{н}}^2)^2 - \left(T_{\text{н}}^2 c_{\text{зр}} - 4U_{\text{п}} c_{\text{зр}} + 4T_{\text{н}}^2 \frac{\sqrt{q}}{Q} \right)^2 = 0,$$

$$U_{\text{п}} = \frac{1}{4} T_{\text{н}}^2 \frac{c_{\text{зр}} + 2 \frac{\sqrt{q}}{Q}}{c_{\text{зр}}}.$$

Найденный порог подставим в формулу (1.15) и с учетом выражения (1.9) получим

$$p_{\text{ош}}(q) = 1 - \Phi \left(\frac{\sqrt{3q} T_{\text{н}}}{Qc_{\text{зр}}} \right). \quad (1.16)$$

Учет коэффициентов $c_{зр}$ (меняются от представленных типов помех незначительно) позволяет сделать вывод, что знаково-ранговый алгоритм более устойчив к распределению помех, однако также перестает быть непараметрическим по критерию идеального наблюдателя, т. к. порог зависит от параметров распределения помех. Кроме того, ранговые алгоритмы требуют запоминания всего объема выборки, а так называемые «быстрые» алгоритмы разработаны для частных случаев, например для пуассоновских процессов [40].

Также для обеспечения работоспособности рассмотренных алгоритмов, во-первых, выборка должна быть независимой, а во-вторых, необходимо знать период действия сигнала для осуществления накопления с помощью сумматоров. В противном случае вероятность ошибки будет возрастать.

Таким образом, знаковые, знаково-ранговые, ранговые или другие подобные эвристические алгоритмы, являющиеся по критерию Неймана-Пирсона непараметрическими, не могут быть таковыми, если использовать критерий идеального наблюдателя, т. к. при задании порога требуют знания распределения помех или их параметров.

Если помеха гауссова, то оптимальным является линейный алгоритм обнаружения. Его статистика может быть представлена следующим образом:

$$\sum_{i=0}^{T_n-1} y_i \geq U_n.$$

Порог равен $T_n \sigma_s / 2Q$ и не зависит от параметров помехи, поэтому линейный алгоритм является непараметрическим и одновременно слепым. Средняя вероятность ошибки приема импульса со скважностью Q имеет вид [41]

$$p_{\text{ош}}(q) = 1 - \Phi\left(\frac{\sqrt{qT_n}}{2Q}\right). \quad (1.17)$$

Реализация алгоритма представлена на рис. 1.11.

В [41] для сравнения предельной эффективности обнаружения используется коэффициент асимптотической относительной эффективности (КАОЭ), который представляет отношение отсчетов времени наблюдения, при которых достигается одинаковая вероятность ошибки. Например, если помеха имеет распределение Лапласа, то КАОЭ по сравнению с линейным алгоритмом наибольший для знакового ал-

горитма (равен 2). Борьба с гауссовой помехой наилучшим образом ведется с помощью линейного алгоритма. Обнаружение помехи с равномерным распределением эффективнее всего выполняется с помощью знаково-рангового или линейного алгоритма.

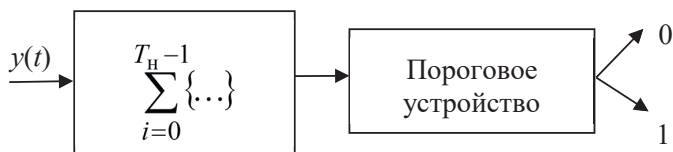


Рис. 1.11. Линейный обнаружитель бинарного сигнала на фоне гауссовой помехи

1.4.3. Адаптивные алгоритмы

Один из путей преодоления априорной неопределенности состоит в разработке адаптивных алгоритмов, структура и параметры которых могут изменяться в соответствии с результатами анализа входных данных [6] или выходного сигнала.

Допустим, в распоряжении имеется опорный канал, на входе которого действуют исключительно помехи с неизвестными законами распределения. Если в основном канале в смеси присутствуют эти же помехи, то возникает вопрос, возможно ли произвести их коррекцию, чтобы скомпенсировать на выходе приемника.

Формирование сигналов в опорных каналах можно осуществлять адаптивным способом, т.е. осуществлять адаптивную компенсацию помех и тем самым преодолевать непараметрическую неопределенность.

При этом используется вспомогательный или эталонный входной сигнал, получаемый от одного или нескольких датчиков, располагаемых в тех точках поля помех, где сигнал является слабым или не обнаруживается. Данный входной сигнал помехи фильтруется и вычитается из смеси сигнала и помехи. В результате исходная помеха подавляется полностью или ослабляется [42].

Рассмотрим вариант двухканальной компенсации помех, изображенный на рис. 1.12.

В общем случае помеха $d(t)$ приходит в основной и опорный каналы разными путями. Однако для простоты будем считать, что она не претерпевает каких-либо изменений в основном канале, а в опор-

ный проходит через внешний канал связи с коэффициентом передачи $H(j\omega)$. Также в основном и опорном каналах действуют некоррелированные шумы $v_1(t)$ и $v_2(t)$ соответственно. При этом возможность проникновения сигнала в опорный канал учитывать не будем.

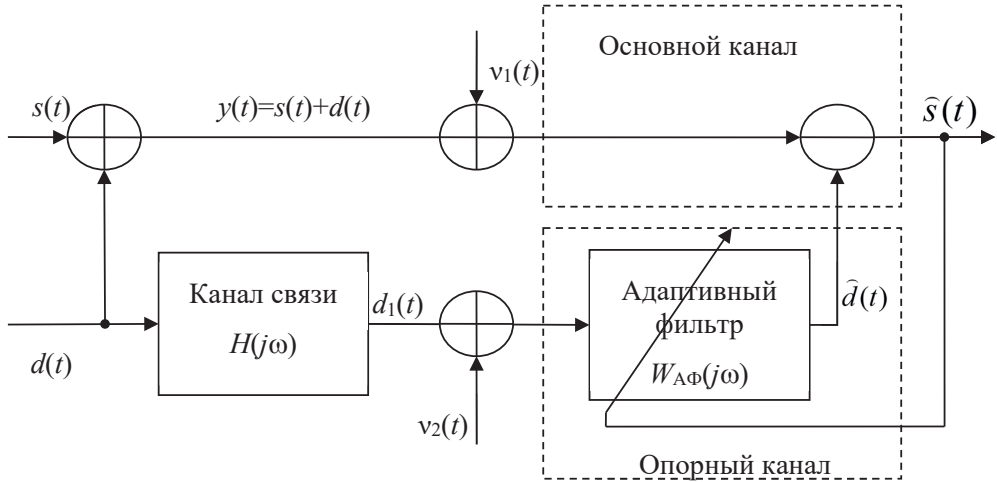


Рис. 1.12. Структурная схема двухканального адаптивного компенсатора

При решении задач адаптивной компенсации помех можно использовать аппарат винеровской фильтрации. Если предположить, что процедура адаптивной компенсации будет сходящейся и существует решение, удовлетворяющее критерию минимума СКО, то можно утверждать, что адаптивный фильтр эквивалентен винеровскому [43]. Чтобы определить коэффициент передачи адаптивного фильтра в установившемся состоянии (т. е. после окончания адаптации), воспользуемся формулой (1.2):

$$W_{\text{АФ}}(j\omega) = \frac{S_{d_1d}(\omega)}{S_{d_1}(\omega) + S_{v_2}(\omega)} = \frac{S_d(\omega)H(j\omega)}{S_d(\omega)|H(j\omega)|^2 + S_{v_2}(\omega)}, \quad (1.18)$$

где $S_{d_1d}(\omega)$ — взаимная спектральная плотность помехи на входе и на выходе канала; $S_{d_1}(\omega)$ — спектральная плотность искаженной каналом помехи $d(t)$; $S_d(\omega)$ — спектральная плотность помехи $d(t)$; $S_{v_2}(\omega)$ — спектральная плотность некоррелированного шума на опорном входе.

В частном случае, когда некоррелированные шумы отсутствуют, коэффициент передачи адаптивного фильтра является обратным по от-

ношению к коэффициенту передачи внешнего канала, т. е. восстанавливает помеху в опорном канале после ее искажения во внешнем канале.

Необходимо учитывать, что в адаптивных компенсаторах эффективное подавление помехи происходит только тогда, когда помеховые составляющие в основном и опорном каналах взаимно коррелированы и некоррелированные с полезным сигналом. Покажем, каким образом взаимная корреляция влияет на оценку сигнала. Для простоты вывода положим отсутствие некоррелированных шумов в каналах.

Пусть сигнал и помеха — взаимно некоррелированные стационарные случайные процессы с нулевыми средними значениями. СКО выходного сигнала адаптивного компенсатора помех можно представить как

$$\begin{aligned} \overline{\varepsilon^2(t)} = \overline{[s(t) + d(t) - \hat{d}(t)]^2} &= \underbrace{\overline{[s(t)]^2}}_{\text{1-е слагаемое}} + \underbrace{2s(t)(d(t) - \hat{d}(t))}_{\text{2-е слагаемое равно нулю}} + \\ &+ \underbrace{\overline{[d(t) - \hat{d}(t)]^2}}_{\text{3-е слагаемое}} = P_S + P_d + P_{\hat{d}} - 2\sqrt{P_d P_{\hat{d}}} r_{d\hat{d}}, \end{aligned} \quad (1.19)$$

где P_S — мощность полезного сигнала; P_d — мощность помехи на основном входе; $P_{\hat{d}}$ — мощность оценки помехи в опорном канале; $r_{d\hat{d}}$ — нормированный коэффициент взаимной корреляции помех в каналах.

В выражении (1.19) первое слагаемое, т. е. мощность сигнала P_S , имеет постоянное значение. Второе слагаемое равно нулю по условию задачи (взаимная некоррелированность сигнала и помехи), поэтому минимизация СКО возможна только за счет минимизации третьего слагаемого. Третье слагаемое обращается в нуль, если между помехами в каналах наблюдается полная взаимная корреляция.

Кроме того, если оценка помехи на выходе адаптивного фильтра не коррелирована с помехой в основном канале, то фильтр устремляет коэффициент передачи к нулю, подавляя помеху в опорном канале, и в результате не увеличивает помеху на выходе компенсатора.

На практике не всегда возможно сформировать несколько опорных каналов, в которых будет действовать только одна из компенсируемых помех. Осложняет компенсацию и то, что зачастую удастся записать реализации зашумленного сигнала и помехи только отдельно во времени, что исключает использование традиционной схемы адаптивной компенсации с опорным каналом.

Таким образом, в условиях непараметрической неопределенности требуются иные методы обнаружения и фильтрации полезного сигнала на фоне различных помех.

Основные ограничения при использовании методов подавления помех в условиях априорной параметрической (непараметрической) неопределенности привели к необходимости разработки новых подходов к обработке сигнала.

1.5. Слепые условия и классификация методов слепого подавления помех

Условия, когда непараметрическая априорная неопределенность является почти полной, в ряде источников называются слепыми: слепое выравнивание [44] или слепая адаптация [45], слепые оценки отношения сигнал—шум [46] или параметров сигналов (помех) [47], слепые стегоаналитические методы [48], слепая оценка (идентификация) канала [49] и т. п. Однако в доступной литературе отсутствуют формулировки относительно подавления помех в слепых условиях или слепого подавления помех.

Слепая обработка сигналов является относительно новой технологией, зародившейся в 1975 году из алгоритма, предложенного Сато [50] и развитого Годардом в 1980 году [51], получившего название СМ-алгоритм (алгоритм постоянного модуля).

В отечественной литературе в общем виде задачу классической слепой обработки впервые сформулировал, по-видимому, О. В. Горячкин как цифровую обработку неизвестных сигналов, прошедших линейный канал с неизвестными характеристиками на фоне аддитивных шумов [49].

В литературе также определен термин *полуслепой* обработки [52] в условиях, когда, пусть даже на короткое время, доступен полезный сигнал. В течение этого времени производится так называемый эквалайзинг, в ходе которого происходит подстройка слепых устройств фильтрации под сигнал.

Различают четыре основных типа задач слепой обработки сигналов: *слепая идентификация* и *слепое выравнивание канала*, *слепое разделение* и *слепое выделение сигналов*. Во всех случаях для обработки доступны только реализации входного сигнала приемного устройства.

Под идентификацией канала вслепую понимается оценка неизвестной импульсной характеристики или передаточной функции канала. Слепое выравнивание канала (или *слепое обращение свертки*³) подразумевает нахождение обратной характеристики канала и непосредственную оценку информационного сигнала с помощью восстанавливающей системы.

Слепое разделение сигналов тесно связано с таким методом, как *анализ независимых компонент*⁴. В рамках этого метода задача разделения процессов может быть сформулирована как оценка всех сигналов первичных источников и их числа и (или) идентификация смешивающей матрицы или обратной ей разделяющей матрицы. Для этого необходимо выдвинуть следующие предположения. Во-первых, обязательна статистическая независимость источников. Во-вторых, распределения сигналов источников должны быть негауссовскими или, другими словами, должна иметь место линейная независимость столбцов смешивающей матрицы. В-третьих, число первичных источников должно быть равно числу смесей [53].

Если не требуется разделять все источники сигналов и помех одновременно, а лишь выделять один полезный сигнал или помеху, которую затем скомпенсировать в смеси с сигналом, то применяются алгоритмы слепого выделения на основе формирования вектора-строки разделяющей матрицы. Предполагается статистическая независимость первичных источников и линейная независимость столбцов смешивающей матрицы [52].

Слепые условия несколько отличаются от непараметрической и параметрической априорной неопределенности. Как было уже сказано выше, непараметрические методы хотя и не требуют знания распределения помех, но сильно зависят, например, от времени прихода и длительности сигнала, т. е. относительно периода наблюдения за сигналом должна сохраняться параметрическая определенность. Кроме того, непараметрическая неопределенность, например, в эвристических методах преодолевается только при использовании критерия Немана — Пирсона. В то же время слепые методы обладают непараметрическими свойствами при выборе порога по критерию идеального наблюдателя, т. е. по отношению сразу к двум гипотезам. Структура области неопределенности изображена на рис. 1.13.

³ Blind deconvolution (англ.).

⁴ ICA (англ.).

Область неопределенности



Рис. 1.13. Структура области неопределенности

Отметим основные их свойства. Во-первых, для слепых условий характерно отсутствие информации о распределении и параметрах сигналов и помех. Если на короткое время доступны сигнал или помехи, условия называются полуслепыми.

Во-вторых, слепые условия требуют наличия некоторых предположений относительно принадлежности к определенному классу распределений сигналов и помех (например, симметричных или гауссовских), некоторых их статистических отличий (например, асимметрий или эксцессов), отсутствия сигнала в смеси с помехой на определенное время и т. п.

Слепые условия не охватывают область полной априорной неопределенности в связи с тем, что, когда о сигнале и о помехе ничего неизвестно и нет никаких предположений относительно их параметров, выделить сигнал из смеси с помехой невозможно.

Сформулируем задачу *слепого подавления помех* — это максимально возможное уменьшение искажающего действия помех на полезный сигнал при его обработке в условиях, когда отсутствует информация о параметрах сигнала и помех за исключением отдельных априорных предположений (о принадлежности к классу распределений сигналов и помех, отсутствии сигнала в смеси с помехой на определенное время, различии статистических характеристик сигналов и помех, некоторых корреляционных свойствах сигналов и помех и т. п.).

Слепые методы подавления помех за последние годы все чаще используются в различных областях радиотехники, и их также можно разделить на фильтрационные и компенсационные. Вместе с тем их суть и содержание отличаются от традиционных методов.

Фильтрационный метод — это способ, с помощью которого формируется характеристика пропускания (подавления) устройства фильтрации, которая позволяет максимально возможно уменьшать искажающее действие помех на полезный сигнал и с наименьшими погрешностями его (сигнал) выделять.

Фильтрационные методы слепого подавления помех можно классифицировать так:

- методы с использованием слепого выделения сигнала;
- методы с использованием биспектральной обработки зашумленных сигналов;
- методы с использованием статистик высших порядков.

Фильтрационные методы с использованием слепого выделения сигнала можно определить как выделение полезного сигнала при одновременном подавлении помехи на выходе нейронной сети по одному из критериев, например максимизации нормированного эксцесса или момента 3-го порядка, без априорных знаний о параметрах сигнала и помех за исключением информации о характере их распределения или различии корреляционных свойств. Соответственно все методы с использованием слепого выделения будут отличаться их распределением. Например, если помеха негауссова, то метод называется *фильтрационный метод слепого подавления негауссовых помех*. Если помеха гауссова, то соответственно — *фильтрационный метод слепого подавления гауссовых помех*. С развитием этого инструментария слепой обработки набор методов может быть расширен.

Особенностью *фильтрационных методов с использованием биспектральной обработки* зашумленных сигналов является их нечувствительность к процессам с симметричными распределениями. Например, биспектральная обработка с последующим восстановлением сигнала позволяет подавить мешающую гауссову помеху и выделить с наименьшими искажениями сигнал. Кроме того, они не требуют какого-либо знания относительно параметров сигналов и помех, поэтому подавление помехи производится вслепую. Однако необходимо помнить: при биспектральном преобразовании обрабатываемые сигналы смещаются по времени, и если этот сдвиг критичен для восстановле-

ния, его необходимо оценить; выделяемый полезный сигнал не должен иметь симметричное распределение.

Фильтрационные методы с использованием статистик высших порядков позволяют обнаруживать и выделять цифровой сигнал на фоне гауссовых помех и (или) произвольных помех с симметричными распределениями. В качестве статистик в работе применяются кумулянты 3-го и 4-го порядков. Кумулянты 3-го порядка помех с симметричными распределениями равны нулю, а кумулянты 4-го порядка равны нулю только для гауссовых помех. Данное свойство кумулянтов можно использовать при слепом определении порога, когда неизвестно распределение и параметры помех, а имеются только предположения относительно класса распределений помех (симметричные или несимметричные).

Компенсационные методы слепого подавления помех являются сравнительно новыми и подразумевают получение слепой оценки смеси сигнала и помех и (или) слепой оценки помех. В зависимости от этого компенсационные методы слепого подавления помех можно классифицировать как основанные:

- на слепом выделении помех;
- формировании сигнальных и помеховых адаптивных моделей;
- векторно-матричном преобразовании;
- многоканальной адаптивной обработке сигналов и слепом разделении помех в опорном канале.

Компенсационные методы на основе слепого выделения помех представляют собой выделение одной из помех на выходе нейронной сети по одному из критериев (максимизация эксцесса, момента 3-го или 4-го порядков и т. п.), а затем ее компенсацию в смеси с сигналом. Названия этих методов могут также зависеть от распределения помех, алгоритмов их выделения и подавления.

Структурная схема, реализующая компенсационные методы на основе формирования сигнальных и помеховых моделей, состоит из сигнального (основного) канала, на входе которого присутствует смесь сигнала и помехи, компенсационного (опорного), на который подается помеха, и результирующего канала, в котором формируется оценка полезного сигнала (рис. 1.14). Каждый из каналов представляет собой формирователь модели случайного процесса [54].

Компенсационные методы на основе формирования сигнальных и помеховых моделей основаны на слепых оценках зашумленного сиг-

нала и помех в форме их моделей, а также на вычитании модели помехи из модели зашумленного сигнала.

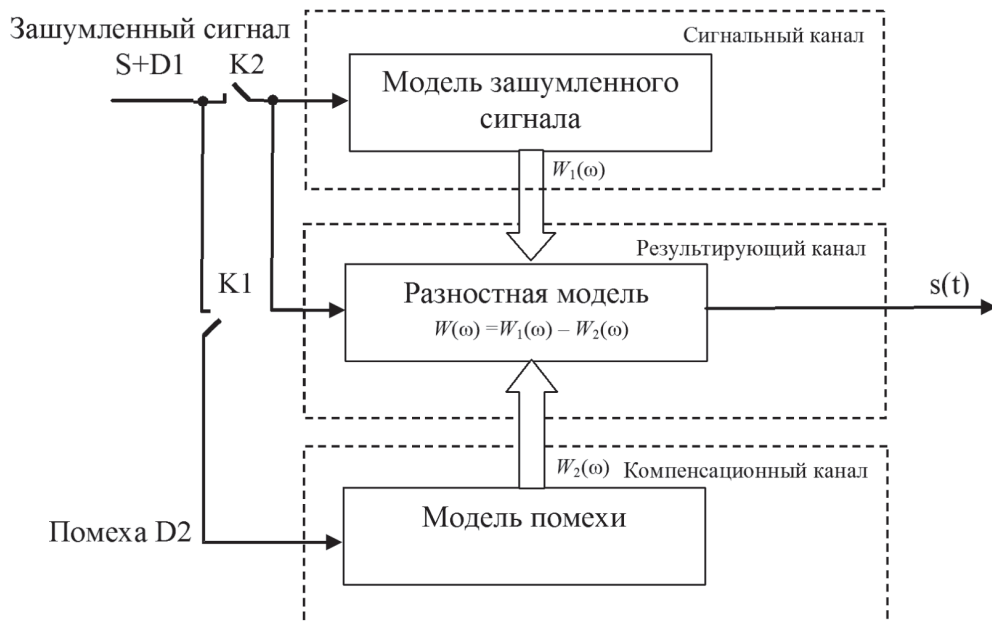


Рис. 1.14. Обобщенная структурная схема, реализующая компенсационные методы на основе формирования сигнальных и помеховых моделей ($W_1(\omega)$, $W_2(\omega)$, $W(\omega)$ — соответственно коэффициенты передачи сигнального, компенсационного и результирующего каналов)

Слепая оценка зашумленного сигнала и помехи состоит в том, что априорно их характеристики неизвестны. При этом модели зашумленного сигнала и помехи формируются отдельно на том основании, что, как правило, заранее известно, когда полезный сигнал отсутствует (например, в ходе тестирования приемного устройства радиолокатора). Тогда для формирования модели зашумленного сигнала и помехи переключатели K1 и K2 должны быть в соответствующих положениях.

Для синтеза компенсационных методов на основе векторно-матричных преобразований использовано решение векторно-матричного уравнения Винера — Хопфа по критерию наименьшего среднеквадратического отклонения полезного сигнала от его оценки [11]:

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{p}, \quad (1.20)$$

где \mathbf{R} — корреляционная матрица входного сигнала адаптивного фильтра; \mathbf{p} — вектор взаимно корреляционной функции отсчетов входного и полезного сигнала.

При независимости полезного сигнала и помехи вектор \mathbf{p} есть не что иное, как вектор автокорреляционной функции полезного сигнала:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} R_s(0) \\ R_s(1) \\ \vdots \\ R_s(L-1) \end{bmatrix},$$

где R_s — автокорреляционная функция полезного сигнала; L — размерность автокорреляционной функции сигнала.

Если имеется возможность сформировать подходящий опорный канал, в котором действует помеха d_2 , совпадающая по корреляционной функции с помехой d_1 в основном канале, то вектор \mathbf{p} можно получить с помощью разности автокорреляционных векторов зашумленного сигнала \mathbf{p}_{s+d1} и помехи в опорном канале \mathbf{p}_{d2} :

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_{s+d1} - \mathbf{p}_{d2}. \quad (1.21)$$

В результате подстановки разности автокорреляционных векторов из выражения (1.21) в формулу (1.20) полученный с помощью синтезированного метода оптимальный вектор весовых коэффициентов адаптивного фильтра, выделяющего оценку полезного сигнала, можно записать как

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{p}_{s+d1} - \mathbf{p}_{d2}). \quad (1.22)$$

Таким образом, происходит компенсация автокорреляционного вектора помехи \mathbf{p}_{d2} в структуре автокорреляционного вектора зашумленного сигнала \mathbf{p}_{s+d1} .

Компенсационные методы на основе многоканальной адаптивной обработки сигналов и слепого разделения помех в опорном канале явились развитием метода адаптивной компенсации помех, реализованного в компенсаторе Уидроу [11].

Структурная схема многоканального адаптивного компенсатора Уидроу изображена на рис. 1.15. Для наглядности представления пренебрежем некоррелированными шумами в основном и опорном каналах, а число помех n выберем равным числу входов опорного канала.

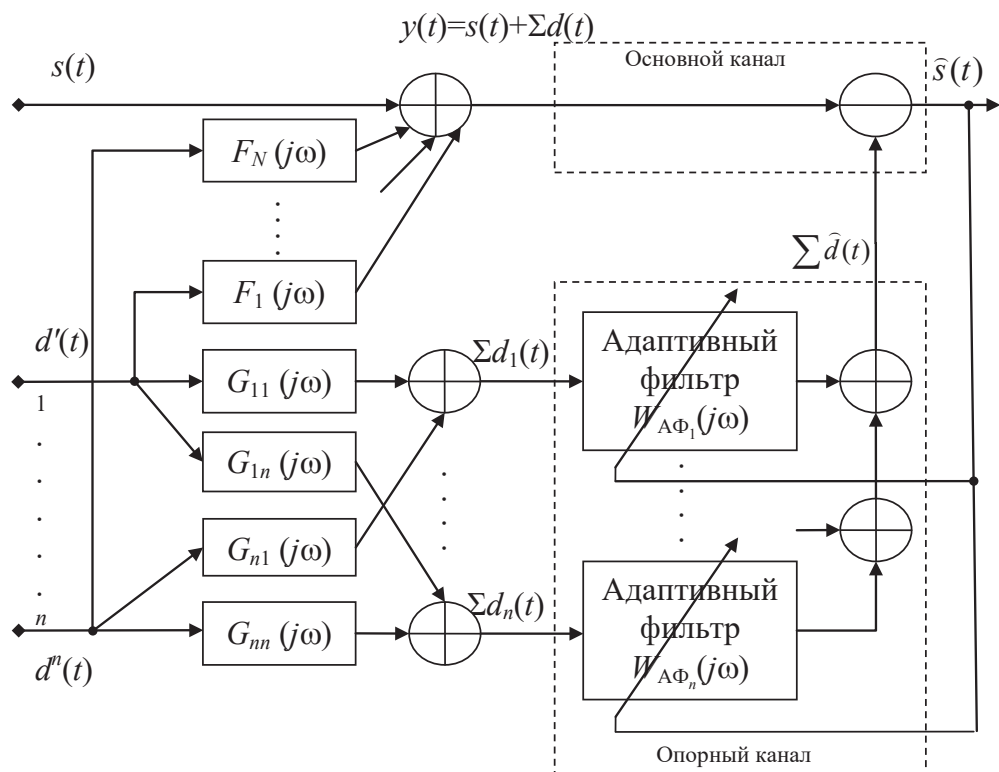


Рис. 1.15. Структурная схема многоканального адаптивного компенсатора Уидроу

В отличие от схемы на рис. 1.12, помехи проходят через внешний канал до основного канала пути с коэффициентами передачи $F_i(j\omega)$, а в опорный — с коэффициентами передачи $G_{ij}(j\omega)$.

Если на каждом входе опорного канала действовала бы только одна помеха, то задача адаптации была бы тривиальна в том смысле, что каждый адаптивный фильтр отслеживал бы только одну помеху по критерию минимизации СКО. Однако задача адаптации в данном случае решается сложнее.

Так, имеется смешивающая матрица помех

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_{11}(j\omega) & \dots & G_{1n}(j\omega) \\ \dots & \dots & \dots \\ G_{n1}(j\omega) & \dots & G_{nn}(j\omega) \end{bmatrix},$$

где $G_{ij}(j\omega)$ — передаточная функция от источника помехи i ко j -входу опорного канала компенсатора.

Определим вектор передаточных функций от источника помехи i к основному каналу компенсатора:

$$\mathbf{f} = [F_1(j\omega), F_2(j\omega), \dots, F_n(j\omega)].$$

Если определить \mathbf{w} как вектор оптимальных передаточных функций

$$\mathbf{w} = [W_{\text{АФ}_1}(j\omega), W_{\text{АФ}_2}(j\omega) \dots W_{\text{АФ}_n}(j\omega)],$$

то по аналогии с выражением (1.18) получим

$$\mathbf{w} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{f}.$$

Однако недостатком такого решения задачи является то, что, во-первых, обратная матрица \mathbf{G} может и не существовать на всех частотах [11], а во-вторых, в процессе адаптации весовых коэффициентов может наблюдаться их медленная сходимость к оптимальным значениям, т. к. адаптация является взаимозависимой во всех каналах.

Таким образом, целесообразно предложить новый класс методов компенсации на основе многоканальной адаптивной обработки со слепым разделением помех в опорном канале. Названия методов будут определяться с помощью алгоритма слепого разделения и отличаться от традиционных тем, что сначала помехи с помощью соответствующих алгоритмов разделяются, а затем отдельно подаются на отдельный вход опорного канала. Таким образом, можно иметь гарантированную и быструю сходимость к оптимальным весовым коэффициентам. Еще одним достоинством подобных методов является возможность применения алгоритма слепого разделения, в котором не требуется иметь количество приемных датчиков равное количеству помех. Таковым является, например, алгоритм слепого выделения DUET.

Выводы по главе 1

В разделе описаны традиционные фильтрационные и компенсационные методы подавления помех, даны классические подходы к преодолению параметрической и непараметрической неопределенности.

Классические методы подавления помех (фильтрационные и компенсационные) с помощью фильтров Винера и Калмана, согласован-

ных фильтров, а также методы нелинейной обработки требуют знания параметров сигнала и помех или их распределений. Параметрическая неопределенность (т. е. незнание некоторых параметров сигналов и помех) может быть преодолена с помощью использования квадратурной обработки (при неизвестной начальной фазе сигнала), многоканальной схемы обработки или следящих измерителей параметров. При этом плотность вероятности помехи должна быть известна.

Методы преодоления непараметрической априорной неопределенности обладают существенными ограничениями в применении и уступают слепым методам.

Дано определение слепых условий и основные отличия от непараметрической априорной неопределенности. Сформулированы проблема *слепого подавления помех* и классификация методов слепого подавления.

Слепые методы подавления помех из представленной классификации будут подробно исследованы в следующих разделах, в которых также приведены некоторые результаты математического и компьютерного моделирования.

Контрольные вопросы к главе 1

1. Дайте определение фильтрационным методам подавления помех.
2. В чем основное отличие компенсационных методов подавления помех от фильтрационных?
3. Какими путями может быть преодолена параметрическая неопределенность?
4. В чем сходство и отличие фильтров Винера и Калмана?
5. Какие методы используются для преодоления непараметрической априорной неопределенности?
6. Каковы условия работы многоканального адаптивного компенсатора помех?
7. Назовите основные различия непараметрической априорной неопределенности от слепых условий.
8. Дайте определение слепому подавлению помех.
9. Приведите примеры предположений, используемых в слепых методах.
10. Назовите классификацию методов слепого подавления помех.

2. Фильтрационные и компенсационные методы слепого подавления помех с использованием алгоритмов слепого выделения (разделения) сигналов

2.1. Подходы и процедуры слепого выделения (разделения) сигналов

Пусть имеется несколько сигналов, которые в пространстве смешиваются в неизвестной пропорции и с неизвестными фазами, тогда в матричном выражении можно представить процедуру смешения сигналов:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{H}\mathbf{s}(t),$$

где $\mathbf{y}(t)$ — вектор реализаций сигналов с приемных датчиков, $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)]^T$; \mathbf{H} — неизвестная полноранговая смешивающая матрица размером $m \times n$; $\mathbf{s}(t)$ — вектор реализаций сигналов источников, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)]^T$.

Процедура разделения будет выглядеть следующим образом:

$$\hat{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{W}\mathbf{y}(t) = \hat{\mathbf{H}}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{s}(t),$$

где \mathbf{W} — разделяющая матрица, т. е. для решения задачи слепого разделения сигналов необходимо найти разделяющую матрицу (если она существует), которая представляет собой обращение смешивающей матрицы.

Задачу слепого выделения сигналов можно сформулировать как идентификацию соответствующего вектора \mathbf{h}_j смешивающей матрицы \mathbf{H} и (или) их обращений \mathbf{w}_j , которые являются строками разделяющей матрицы \mathbf{W} , предполагая только статистическую независимость первичных источников и линейную независимость колонок матрицы \mathbf{H} [52].

Как правило, слепое выделение сигналов происходит последовательно, один за другим. Для того чтобы не возникала ситуация повторного выделения того же сигнала, производится удаление выделенного сигнала из смеси.

Несмотря на то, что слепое выделение сигналов может давать худшие характеристики по сравнению со слепым разделением сигналов из-за накопления ошибок при удалении уже отфильтрованных сигналов, данный метод имеет ряд неоспоримых преимуществ [52]:

- сигналы могут быть отфильтрованы в определенном порядке в соответствии с их стохастическими особенностями (например, в порядке убывания нормированного эксцесса [55] или в порядке уменьшения дисперсий сигналов [56]);
- можно применять множество различных критериев, основанных на статистиках 2 и более высоких порядков, для выделения широкого спектра сигналов — статистически независимых, белых или окрашенных [58, 59], нестационарных [60] и т. п. в зависимости от особенностей сигналов, которые необходимо выделить;
- отсутствует необходимость выделять все сигналы в смеси;
- алгоритмы выделения по вычислительной сложности более простые по сравнению с алгоритмами слепого разделения сигналов.

Некоторые из подходов слепого выделения сигналов требуют предварительной обработки в форме обеления вектора смеси сигналов или ортогонализации смешивающей матрицы.

Перед тем как более детально рассмотрим основные алгоритмы и процедуры обеления, выделения, подавления, еще раз напомним, что компенсационный метод слепого подавления помех подразумевает осуществление слепого выделения помехи, а затем ее удаления из смеси. При выделении полезного сигнала с определенными свойствами (фильтрационный метод слепого подавления помех) алгоритм удаления излишен; обеление целесообразно в обоих случаях.

2.1.1. Процедура обеления смеси сигналов и помех

Под обелением смеси сигналов и помех понимается их пространственная декорреляция. Она необходима для частичного упрощения решения задач слепого разделения или слепого выделения сигналов [52].

Предположим, что все сигналы источников взаимно независимы и имеют особые статистические свойства (например, негауссовость). В этом случае для выделения сигналов чаще всего используют критерии максимизации эксцесса [55, 65–67] — величины как меры негауссовости. При этом функционал выражается в виде

$$J(\mathbf{w}_1) = \frac{1}{4} \kappa_4(\hat{s}_1) = \frac{1}{4} \left[E\{\hat{s}_1^4\} - 3E^2\{\hat{s}_1^2\} \right], \quad (2.1)$$

где $\kappa_4(\hat{s}_1)$ — эксцесс для сигналов с нулевым математическим ожиданием.

Данный критерий (2.1) является мерой отличия распределения выделяемого сигнала от гауссова. Если на вектор \mathbf{w}_1 наложить ограничение так, что его квадратичная норма будет равна 1, т. е. $\|\mathbf{w}_1\|^2 = 1$, и взять нормированный эксцесс, тогда функционал (2.1) преобразуется к виду [68]

$$J(\mathbf{w}_1) = \frac{\beta}{4} \left(\frac{E\{\hat{s}_1^4\}}{E^2\{\hat{s}_1^2\}} - 3 \right)_{\|\mathbf{w}_1\|^2=1}, \quad (2.2)$$

где β — знак эксцесса выделяемого сигнала.

Введение параметра β обусловлено необходимостью выбора знака эксцесса выделяемого сигнала. Если $\beta = -1$, то выделяется сигнал, имеющий отрицательный эксцесс, при $\beta = 1$ — сигнал с положительным эксцессом.

Для исключения параметра β в качестве функционала можно взять абсолютное значение эксцесса при дополнительном ограничении $\|\mathbf{w}_1\|^2 = 1$:

$$J(\mathbf{w}_1) = \frac{1}{4} \left| \kappa_4(\hat{s}_1) \right|_{\|\mathbf{w}_1\|^2=1}. \quad (2.3)$$

2.1.3. Процедура удаления помехи из смеси

После успешного выделения первого сигнала необходимо применить процедуру подавления, чтобы повторно не фильтровать сигнал из смеси во втором блоке (см. рис. 2.1). Процедура подавления представляет удаление уже выделенного сигнала из смеси. Для этого требуется выполнить следующее преобразование [55]:

$$\mathbf{y}_2(t) = \mathbf{y}_{w1}(t) - \tilde{\mathbf{w}}_1 \hat{s}_1(t), \quad (2.4)$$

где $\tilde{\mathbf{w}}_1$ — вектор весовых коэффициентов подавления сигнала s_1 первого блока.

Оптимальное значение вектора подавления $\tilde{\mathbf{w}}_1$ должно минимизировать суммарную мощность смеси, подаваемой на второй блок, тогда функционал можно выразить как

$$J(\tilde{\mathbf{w}}_1) = \frac{1}{2} E \left\{ \sum_{p=1}^m y_{2p}^2 \right\}. \quad (2.5)$$

Если предположить, что на каждом шаге выделения сигнала производится обеление вектора смеси (на рис. 2.1 процедура обеления вектора входного сигнала \mathbf{y} не показана, но подразумевается), то для определения вектора $\tilde{\mathbf{w}}_1$ можно предложить более простую формулу. Запишем функционал (2.5) в следующем виде с учетом выражения (2.4):

$$J(\tilde{\mathbf{w}}_1) = E \{ \mathbf{y}_2^T \mathbf{y}_2 \} = E \{ \mathbf{y}_{w1}^T \mathbf{y}_{w1} \} - 2 \tilde{\mathbf{w}}_1^T E \{ \mathbf{y}_{w1} \hat{s}_1 \} + \tilde{\mathbf{w}}_1^T \tilde{\mathbf{w}}_1 E \{ \hat{s}_1^2 \}.$$

Найдем его производную по $\tilde{\mathbf{w}}$ и приравняем к нулю. Затем с учетом обеленности вектора первой смеси \mathbf{y}_{w1} и наложения ограничения на норму вектора $\|\mathbf{w}_1\|^2 = 1$ получим

$$\tilde{\mathbf{w}}_1 = \frac{E \{ \mathbf{y}_{w1} \hat{s}_1 \}}{E \{ \hat{s}_1^2 \}} = \frac{E \{ \mathbf{y}_{w1} \mathbf{y}_{w1}^T \} \mathbf{w}_1}{E \{ \hat{s}_1^2 \}} = \mathbf{w}_1.$$

Очевидно, что вектор подавления равен вектору выделения.

Описать компенсационные методы слепого подавления помех можно с помощью универсальной структурной схемы (рис. 2.2). Смесь полезного сигнала и помех поступает на устройство обеления. Затем с помощью анализатора распределения помех определяются некоторые параметры смеси (например, значение эксцесса). При этом если сигнал имеет гауссово распределение, а помехи — негауссовы, то компенсацию можно автоматизировать — подавлять помехи до тех пор, пока эксцесс не устремится к нулю. Однако необходимо помнить, что чем больше число действующих помех, тем больше смесь приближается к гауссовскому распределению⁷.

⁷ Центральная предельная теорема.

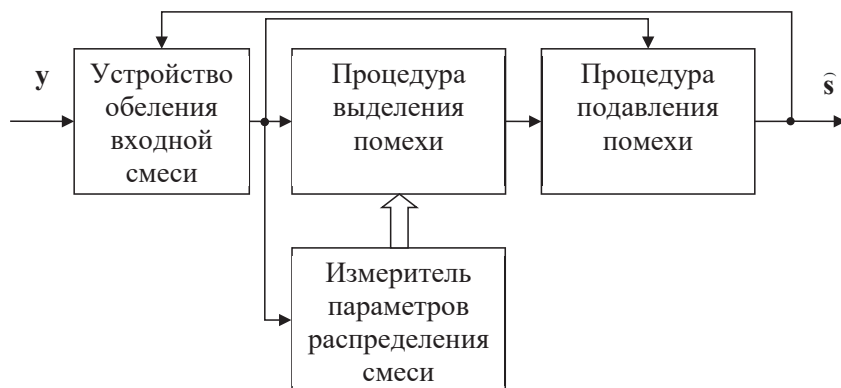


Рис. 2.2. Структурная схема, реализующая компенсационные методы слепого подавления помех

Если сигнал и помеха негауссовы, то необходимо искать особые статистические свойства, по которым их можно отделить (эксцесс, асимметрия и т. п.). Например, пусть имеется предположение, что полезный сигнал обладает наименьшим по сравнению с помехами эксцессом или нулевой по сравнению с помехами асимметрией. В этом случае останов цикла происходит, когда эксцесс смеси станет менее определенного минимального значения (порога) или значение асимметрии приблизится к нулю.

Выделение негауссова сигнала на фоне гауссовой помехи целесообразно выполнять с помощью фильтрационных методов слепого подавления помех, реализованных в структурной схеме на рис. 2.3. Слепое выделение полезного сигнала происходит, например, по максимальному значению эксцесса или асимметрии в один цикл фильтрации.

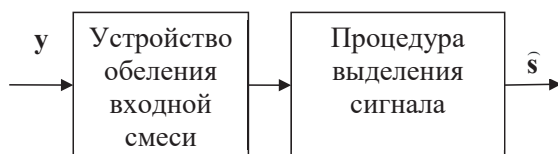


Рис. 2.3. Структурная схема, реализующая фильтрационные методы слепого подавления помех

При негауссовости сигнала и помехи выделение полезного сигнала происходит по его уникальным статистическим свойствам (на-

пример, с заданной плотностью вероятности или моментами процесса, лежащими в известном диапазоне значений).

Обобщим процедуру слепого выделения в нескольких теоремах и лемме. Возьмем случай, когда процессы в смеси имеют негауссовское распределение [69].

Лемма. При наложении ограничения на норму вектора весовых коэффициентов $\|\mathbf{w}_1\|^2 = 1$ дисперсия выделяемого сигнала на выходе нейронной сети равна единице.

Пусть \mathbf{y}_{w1} — вектор обеленной смеси процессов на входе нейронной сети, тогда

$$E\{\hat{s}_i^2\} = E\left\{\left(\mathbf{w}_1^T \mathbf{y}_{w1}\right)^2\right\} = E\left\{\mathbf{w}_1^T \mathbf{y}_{w1} \mathbf{y}_{w1}^T \mathbf{w}_1\right\} = \|\mathbf{w}_1\|^2 = 1. \quad (2.12)$$

Теорема 1. Пусть смешивающая матрица \mathbf{H} — ортогональная, т.е. $\mathbf{H}\mathbf{H}^T = \mathbf{I}$, и все n сигналов в смеси независимы, тогда все решения \mathbf{w}_1 относительно максимизации эксцесса с ограничением $\|\mathbf{w}_1\|^2 = 1$ можно выразить $\mathbf{w}_1 = \pm \mathbf{H}\mathbf{e}$, где \mathbf{e} — вектор размерностью n , имеющий только один единичный элемент с номером позиции i , равным номеру выделяемого сигнала в смеси.

Доказательство

Запишем уравнение Лагранжа

$$L(\mathbf{w}_1, l) = \frac{1}{4} \left(E\left\{\left(\mathbf{w}_1^T \mathbf{y}_{w1}\right)^4\right\} - 3\|\mathbf{w}_1\|^4 \right) - l \left(\|\mathbf{w}_1\|^2 - 1 \right),$$

производная которого по \mathbf{w} (с учетом положительного множителя Лагранжа $l^* = \kappa_4^{s_i}/2$) имеет следующий вид:

$$\frac{\partial L(\mathbf{w}_1, l)}{\partial \mathbf{w}_1} = E\left\{\hat{s}_i^3 \mathbf{y}_{w1}\right\} - \left(\kappa_4^{s_i} + 3\|\mathbf{w}_1\|^2\right) \mathbf{w}_1 = 0,$$

где s_i — выделяемый полезный сигнал.

Приравняв производную к нулю, находим вектор \mathbf{w}_1 с учетом его нормировки:

$$\mathbf{w}_1 = \pm \frac{E\left\{\hat{s}_i^3 \mathbf{y}_{w1}\right\}}{\kappa_4^{s_i} + 3}. \quad (2.6)$$

Представим вектор в виде $\mathbf{y}_{w1} = \mathbf{H}\mathbf{s}$, где \mathbf{s} — вектор смешиваемых независимых процессов с единичной дисперсией и нулевым математическим ожиданием, и подставим его в выражение (2.6), допустив, что оценка \hat{s}_i на выходе равна s_i :

$$\begin{aligned}
\mathbf{w}_1 &= \pm \frac{E\{s_i^3 \mathbf{y}_{w1}\}}{\kappa_4^{s_i} + 3} = \pm \frac{E\{s_i^3 \mathbf{H}\mathbf{s}\}}{\kappa_4^{s_i} + 3} = \pm \frac{\mathbf{H}E\{s_i^3 (s_1 \dots s_i \dots s_n)^T\}}{\kappa_4^{s_i} + 3} = \\
&= \pm \frac{\mathbf{H}E\{(s_i^3 s_1 \dots s_i^4 \dots s_i^3 s_n)^T\}}{\kappa_4^{s_i} + 3} = \pm \frac{\mathbf{H}(0 \dots m_4^{s_i} \dots 0)^T}{\kappa_4^{s_i} + 3},
\end{aligned} \tag{2.7}$$

где $m_4^{s_i}$ — момент 4-го порядка сигнала s_i .

Учитывая лемму и момент 4-го порядка выделяемого сигнала $m_4^{s_i} = \kappa_4^{s_i} + 3$, выражение (2.7) можно записать как

$$\mathbf{w}_1 = \pm \mathbf{H} \begin{pmatrix} 0 & \dots & \underset{i\text{-позиция}}{1} & \dots & 0 \end{pmatrix}^T = \pm \mathbf{H}\mathbf{e},$$

где \mathbf{e} — вектор, определяющий номер выделяемого сигнала, что и требовалось доказать.

Из теоремы 1 вытекает, что количество решений \mathbf{w} относительно максимизации эксцесса равно $2n$, где n — количество негауссовских процессов в смеси.

Теорема 2. Если смешивающая матрица \mathbf{H} ортогональная и все сигналы в смеси независимы, а вектор \mathbf{w}_1 является решением относительно максимизации эксцесса, то выделение сигнала на выходе нейронной сети с учетом ограничения $\|\mathbf{w}_1\|^2 = 1$ будет происходить с точностью до знака.

Доказательство

Используя теорему 1 и запись выражения для сигнала на выходе нейронной сети, докажем утверждение

$$\hat{s} = \mathbf{w}_1^T \mathbf{y}_{w1} = \pm \mathbf{H}^T \mathbf{e}^T \mathbf{H} \mathbf{s} = \pm \begin{pmatrix} 0 & \dots & \underset{i\text{-позиция}}{1} & \dots & 0 \end{pmatrix} \mathbf{s} = \pm s_i,$$

где $\mathbf{s} = (s_1 \ s_2 \ \dots \ s_{m-1} \ s_m)^T$; единица в векторе \mathbf{e}^T стоит на позиции с номером i , равным номеру выделяемого сигнала, что и требовалось доказать.

Таким образом, если сигнал и помеха негауссовы, то количество локальных максимумов возрастает в 2 раза по сравнению с выделением (компенсацией) негауссовского процесса на фоне гауссовского. Причем все максимумы могут стать глобальными при равенстве эксцессов процессов в смеси.

2.2. Компенсационный метод слепого подавления негауссовых помех при выделении гауссовых сигналов

При реализации компенсационного метода слепого подавления негауссовских непрерывных помех при выделении гауссовых сигналов (окрашенных или белых) более всего подойдет алгоритм слепого выделения с поиском градиента эксцесса. Используя отличие значений эксцессов негауссовых от гауссовых процессов (эксцесс равен нулю), можно выделять их, а затем последовательно вычитать из смеси до полного подавления негауссовых помех.

Для упрощения вначале находим обеляющую матрицу \mathbf{Q} , затем обеленный вектор смеси $\mathbf{y}_w(t) = \mathbf{Q}\mathbf{y}(t)$.

Пусть первый блок выделяет оценку \hat{s}_1 (см. рис. 2.1):

$$\hat{s}_1 = \mathbf{w}_1^T \mathbf{y}_{w1} = \sum_{i=1}^m w_{1i} y_{w1i}, \quad (2.8)$$

где \mathbf{w}_1 — вектор весовых коэффициентов выделения сигнала s_1 первого блока.

С учетом обеления корреляционная матрица входного сигнала является единичной — $E\{\mathbf{y}_{w1} \mathbf{y}_{w1}^T\} = \mathbf{I}$. Кроме того, можно показать, что при наложении ограничения на норму вектора весовых коэффициентов $\|\mathbf{w}_1\|^2 = 1$ дисперсия выделяемого сигнала равна единице (см. лемму на с. 47):

$$E\{\hat{s}_1^2\} = 1.$$

Для того чтобы найти оптимальное значение вектора \mathbf{w}_1 , в [65] предлагается использовать следующее правило:

$$\mathbf{w}_1(t+1) = \frac{\partial \kappa_4(\hat{s}_1) / \partial \mathbf{w}_1}{\|\partial \kappa_4(\hat{s}_1) / \partial \mathbf{w}_1\|}.$$

Найдем градиент эксцесса с учетом нормы $\|\mathbf{w}_1\|^2 = 1$:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial J(\mathbf{w}_1)}{\partial \mathbf{w}_1} &= \frac{1}{4} \frac{\partial \kappa_4(\hat{s}_1)}{\partial \mathbf{w}_1} = \frac{1}{4} \frac{\partial \left(E \left\{ \left(\mathbf{w}_1^T \mathbf{y}_{w1} \right)^4 \right\} - 3E^2 \left\{ \left(\mathbf{w}_1^T \mathbf{y}_{w1} \right)^2 \right\} \right)}{\partial \mathbf{w}_1} = \\
&= \frac{4E \left\{ \hat{s}_1^3 \mathbf{y}_{w1} \right\} - 6E \left\{ \hat{s}_1^2 \right\} 2E \left\{ \hat{s}_1 \mathbf{y}_{w1} \right\}}{4} = E \left\{ \hat{s}_1^3 \mathbf{y}_{w1} \right\} - \\
&- 3E \left\{ \hat{s}_1^2 \right\} \mathbf{w}_1 E \left\{ \mathbf{y}_{w1} \mathbf{y}_{w1}^T \right\} = E \left\{ \hat{s}_1^3 \mathbf{y}_{w1} \right\} - 3 \left\| \mathbf{w}_1 \right\|^2 \mathbf{w}_1 \Big|_{\left\| \mathbf{w}_1 \right\|^2 = 1} = E \left\{ \hat{s}_1^3 \mathbf{y}_{w1} \right\} - 3\mathbf{w}_1.
\end{aligned}$$

Тогда алгоритм, который максимизирует эксцесс (см. формулу (2.1)), может быть представлен следующим образом [52]:

$$\begin{aligned}
\mathbf{w}_1^+(t+1) &= E \left\{ \hat{s}_1^3 \mathbf{y}_{w1} \right\} - 3\mathbf{w}_1(t); \\
\mathbf{w}_1(t+1) &= \frac{\mathbf{w}_1^+(t+1)}{\left\| \mathbf{w}_1^+(t+1) \right\|}.
\end{aligned}$$

Такой алгоритм относится к классу быстрых АНК-алгоритмов⁸. Он обладает преимуществами перед градиентными алгоритмами. Во-первых, как показано в [65], сходимость таких алгоритмов кубическая, а во-вторых, нет необходимости выбирать параметр сходимости, что облегчает реализацию алгоритма. Такие алгоритмы называются с фиксированной (неподвижной) точкой⁹.

Синтезируем алгоритм по критерию максимизации функционала (2.2). Для этого возьмем его производную по \mathbf{w}_1 с последующим дополнительным ограничением $\left\| \mathbf{w}_1 \right\|^2 = 1$:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial J(\mathbf{w}_1)}{\partial \mathbf{w}_1} &= \beta \frac{\partial \left(\left[E \left\{ \hat{s}_1^4 \right\} / E^2 \left\{ \hat{s}_1^2 \right\} \right] - 3 \right)}{\partial \mathbf{w}_1} = \beta \frac{4E \left\{ \hat{s}_1^3 \mathbf{y}_{w1} \right\} \left\| \mathbf{w}_1 \right\|^4 - 4E \left\{ \hat{s}_1^4 \right\} \mathbf{w}_1 \left\| \mathbf{w}_1 \right\|^2}{4 \left\| \mathbf{w}_1 \right\|^8} = \\
&= \beta \left(\frac{E \left\{ \hat{s}_1^3 \mathbf{y}_{w1} \right\}}{\left\| \mathbf{w}_1 \right\|^4} - \frac{E \left\{ \hat{s}_1^4 \right\} \mathbf{w}_1}{\left\| \mathbf{w}_1 \right\|^6} \right) \Big|_{\left\| \mathbf{w}_1 \right\|^2 = 1} = \beta \left(E \left\{ \hat{s}_1^3 \mathbf{y}_{w1} \right\} - E \left\{ \hat{s}_1^4 \right\} \mathbf{w}_1 \right).
\end{aligned}$$

Используя алгоритм градиентного спуска с постоянным коэффициентом адаптации, можно шаг за шагом, от $\mathbf{w}_1(0)$ до $\mathbf{w}_1(\infty)$, максимизировать функционал $J(\mathbf{w}_1)$:

⁸ Fast ICA (англ.).

⁹ FP-algorithm (англ.).

$$\mathbf{w}_1(t+1) = \mathbf{w}_1(t) + \mu \frac{\partial J(\mathbf{w}_1)}{\partial \mathbf{w}_1},$$

где μ — параметр, определяющий скорость сходимости алгоритма.

Однако вычисление усредняющей по времени функции $E\{\dots\}$ — достаточно трудоемкий процесс. Например, если предположить, что входной сигнал стационарный, то усреднение можно заменить на значение текущего вектора, а саму операцию $E\{\dots\}$ опустить.

Таким образом, максимизация функционала (2.2) через градиентный спуск приводит к следующему алгоритму¹⁰ поиска весовых коэффициентов [68]:

$$\begin{aligned}\mathbf{w}_1^+(t+1) &= \mathbf{w}_1(t) + \mu \beta \hat{s}_1^3 [\mathbf{y}_{w1}(t) - \hat{s}_1(t) \mathbf{w}_1(t)], \\ \mathbf{w}_1(t+1) &= \frac{\mathbf{w}_1^+(t+1)}{\|\mathbf{w}_1^+(t+1)\|}.\end{aligned}$$

Наконец, исследуем функционал (2.3), максимизация которого в отличие от вышеизложенных алгоритмов позволяет выделять сигналы с любым знаком эксцесса. Данное свойство особенно важно при выделении негауссовых помех на фоне гауссовских процессов.

Градиент функционала получается в виде:

$$\begin{aligned}\frac{\partial J(\mathbf{w}_1)}{\partial \mathbf{w}_1} &= \frac{1}{4} \frac{\partial |\kappa_4(\hat{s}_1)|}{\partial \mathbf{w}_1} \bigg|_{\|\mathbf{w}_1\|^2=1} = \frac{1}{4} \frac{\partial \left| E \left\{ \left(\mathbf{w}_1^T \mathbf{y}_{w1} \right)^4 \right\} - 3 \right|}{\partial \mathbf{w}_1} = \\ &= \text{sign} \left\{ \kappa_4(\hat{s}_1) \right\} E \left\{ \hat{s}_1^3 \mathbf{y}_{w1} \right\}.\end{aligned}$$

Алгоритм градиентного спуска на основе максимизации абсолютного эксцесса (назовем его AbsKurt) для стационарных входных сигналов можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}\mathbf{w}_1^+(t+1) &= \mathbf{w}_1(t) + \mu \text{sign} \left\{ \kappa_4(\hat{s}_1(t)) \right\} \hat{s}_1^3(t) \mathbf{y}_{w1}(t), \\ \mathbf{w}_1(t+1) &= \frac{\mathbf{w}_1^+(t+1)}{\|\mathbf{w}_1^+(t+1)\|}.\end{aligned}$$

Для сравнения скорости сходимости указанных алгоритмов составим матрицу Гессе для различных функционалов и определим ее об-

¹⁰ Имеет название KuicNet.

условленность как отношение абсолютных максимального и минимального собственных значений λ_i матрицы [70]:

$$C = \|\Gamma^{-1}\| \|\Gamma\| = \frac{\max\{\lambda_i\}}{\min\{\lambda_i\}},$$

где Γ — матрица Гессе.

С этой целью составим уравнение Лагранжа для функционала (2.1). Пусть выделяется негауссова помеха s_1 , действующая в смеси с полезным сигналом s_2 , имеющим гауссово распределение. Смеси в двух каналах после обеления можно выразить в векторно-матричной форме

$$\begin{bmatrix} y_{w1_1} \\ y_{w1_2} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \sqrt{1-\sigma^2} & -\sigma \\ \sigma & \sqrt{1-\sigma^2} \end{bmatrix}}_{\text{матрица смешивания } \mathbf{H}} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

где σ и $\sqrt{1-\sigma^2}$ — среднеквадратическое отклонение случайных процессов в каналах ($\sigma < 1$).

Тогда для алгоритма FastICA уравнение Лагранжа с учетом ограничения $\|\mathbf{w}_1\|^2 = 1$ имеет вид

$$\begin{aligned} L(\mathbf{w}_1, l) = & \frac{1}{4} \left[E \left\{ \left(\mathbf{w}_1^T \mathbf{y}_{w1} \right)^4 \right\} - 3 \|\mathbf{w}_1\|^4 \right] - l \left(\|\mathbf{w}_1\|^2 - 1 \right) = \frac{1}{4} \left(w_{1_1}^4 m_4^{y_{w1_1}} + \right. \\ & + 4 w_{1_1}^3 w_{1_2} m_{31}^{y_{w1_1} y_{w1_2}} + 6 w_{1_1}^2 w_{1_2}^2 m_{22}^{y_{w1_1} y_{w1_2}} + 4 w_{1_1} w_{1_2}^3 m_{13}^{y_{w1_1} y_{w1_2}} + w_{1_2}^4 m_4^{y_{w1_2}} - \\ & \left. - 3 \left(w_{1_1}^2 + w_{1_2}^2 \right)^2 \right) - l \left(w_{1_1}^2 + w_{1_2}^2 - 1 \right), \end{aligned} \quad (2.10)$$

где l — множитель Лагранжа; m_{22} , m_{13} и m_{31} — смешанные моменты 4-го порядка; m_4 — центральный момент 4-го порядка:

$$\begin{aligned} m_4^{y_{w1_1}} &= \kappa_4^{s_1} \left(1 - \sigma^2 \right)^2 + 3; \\ m_4^{y_{w1_2}} &= \kappa_4^{s_1} \sigma^4 + 3; \\ m_{22}^{y_{w1_1} y_{w1_2}} &= \kappa_4^{s_1} \left(\sigma^2 - \sigma^4 \right) + 1; \\ m_{31}^{y_{w1_1} y_{w1_2}} &= \kappa_4^{s_1} \sigma \sqrt{\left(1 - \sigma^2 \right)^3}; \\ m_{13}^{y_{w1_1} y_{w1_2}} &= \kappa_4^{s_1} \sigma^3 \sqrt{1 - \sigma^2}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Для определения стационарных точек функции Лагранжа возьмем частные производные выражения (2.10) по l и \mathbf{w}_1 с учетом оценки сигнала (2.8) и приравняем их к нулю:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\mathbf{w}_1, l)}{\partial \mathbf{w}_1} &= E \left\{ \hat{s}_1^3 \mathbf{y}_{w_1} \right\} - 3\mathbf{w}_1 - 2l\mathbf{w}_1 = \\ &= \begin{pmatrix} w_{1_1}^3 m_4^{y_{w_{1_1}}} + 3w_{1_1}^2 w_{1_2} m_{31}^{y_{w_{1_1}} y_{w_{1_2}}} + 3w_{1_1} w_{1_2}^2 m_{22}^{y_{w_{1_1}} y_{w_{1_2}}} + w_{1_2}^3 m_{13}^{y_{w_{1_1}} y_{w_{1_2}}} \\ w_{1_1}^3 m_{31}^{y_{w_{1_1}} y_{w_{1_2}}} + 3w_{1_1}^2 w_{1_2} m_{22}^{y_{w_{1_1}} y_{w_{1_2}}} + 3w_{1_1} w_{1_2}^2 m_{13}^{y_{w_{1_1}} y_{w_{1_2}}} + w_{1_2}^3 m_4^{y_{w_{1_1}} y_{w_{1_2}}} \end{pmatrix} - \\ &\quad - (3 + 2l) \begin{pmatrix} w_{1_1} \\ w_{1_2} \end{pmatrix} = 0. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Для положительного множителя Лагранжа $l^* = \kappa_4^{s_1}/2$ обнаруживаются две стационарные точки¹¹:

$$\mathbf{w}_1^* = \begin{pmatrix} \sqrt{1 - \sigma^2} \\ \sigma \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w}_1^* = \begin{pmatrix} -\sqrt{1 - \sigma^2} \\ -\sigma \end{pmatrix}.$$

Обе стационарные точки являются седловыми, поскольку гессиан (определитель матрицы Гессе) отрицательный, и являются глобальными максимумами, т. к. удовлетворяют условиям Куна — Таккера:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial L(\mathbf{w}_1, l^*)}{\partial \mathbf{w}_1} \right|_{\mathbf{w}_1^*} &= 0; \\ l^* \frac{\partial L(\mathbf{w}_1^*, l)}{\partial l} &= 0. \end{aligned}$$

При нахождении собственных значений матрицы Гессе по формуле (2.12) возьмем предельный случай, когда $\sigma = 0$ ($w_{1_1} = 1$ и $w_{1_2} = 0$). Тогда смешанные моменты $m_{31} = m_{13} = 0$ и собственные значения могут быть выражены (с подстановкой параметров из выражения (2.11)) как

$$\begin{aligned} \max \{ |\lambda_i| \} &= \frac{3}{2} \left| m_4^{y_{w_{1_1}}} + m_{22}^{y_{w_{1_1}} y_{w_{1_2}}} - 2 \left(1 + \frac{\kappa_4^{s_1}}{3} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\left(m_4^{y_{w_{1_1}}} \right)^2 - 2m_4^{y_{w_{1_1}}} m_{22}^{y_{w_{1_1}} y_{w_{1_2}}} + \left(m_{22}^{y_{w_{1_1}} y_{w_{1_2}}} \right)^2 + 4 \left(m_{31}^{y_{w_{1_1}} y_{w_{1_2}}} \right)^2} \right| = \\ &= \frac{3}{2} \left| m_4^{y_{w_{1_1}}} - 2 \left(1 + \frac{\kappa_4^{s_1}}{3} \right) + m_4^{y_{w_{1_1}}} \right| = 3 \left| m_4^{y_{w_{1_1}}} - \left(1 + \frac{\kappa_4^{s_1}}{3} \right) \right| = 2 \left(\kappa_4^{s_1} + 3 \right); \end{aligned}$$

¹¹ Эти же точки справедливы для алгоритмов KuicNet и AbsKurt.

$$\begin{aligned}
\min \{|\lambda_i|\} &= \frac{3}{2} \left| m_4^{y_{w1}} + m_{22}^{y_{w1}y_{w12}} - 2 \left(1 + \frac{\kappa_4^{s_1}}{3} \right) - \right. \\
&\quad \left. - \sqrt{\left(m_4^{y_{w1}} \right)^2 - 2m_4^{y_{w1}} m_{22}^{y_{w1}y_{w12}} + \left(m_{22}^{y_{w1}y_{w12}} \right)^2 + 4 \left(m_{31}^{y_{w1}y_{w12}} \right)^2} \right| = \\
&= \frac{3}{2} \left| m_{22}^{y_{w1}y_{w12}} - 2 \left(1 + \frac{\kappa_4^{s_1}}{3} \right) + m_{22}^{y_{w1}y_{w12}} \right| = 3 \left| m_{22}^{y_{w1}y_{w12}} - \left(1 + \frac{\kappa_4^{s_1}}{3} \right) \right| = \kappa_4^{s_1}.
\end{aligned}$$

Тогда для алгоритма FastICA обусловленность матрицы Гессе определяется следующим образом:

$$C = 2 \left(1 + \frac{3}{\kappa_4^{s_1}} \right). \quad (2.13)$$

Как известно, чем хуже обусловленность матрицы Гессе, тем труднее осуществлять поиск глобального максимума [71]. Обусловленность матрицы Гессе (2.13) находится в обратной зависимости от эксцесса выделяемой помехи, поэтому более глубокая компенсация происходит при действии помехи с высоким эксцессом.

Скорость сходимости градиентных методов при использовании функционалов из формул (2.2) и (2.3), с одной стороны, зависит от коэффициента адаптации μ , а с другой — от числа обусловленности матрицы Гессе (разброса собственных значений), вычисленной для этих функционалов. Если матрица Гессе будет плохо обусловлена (число обусловленности много больше единицы), то сходимость медленная, если наоборот, то сходимость быстрая.

Аналогично можно найти матрицу Гессе и число ее обусловленности для функционалов из формул (2.2) и (2.3), которое имеет вид

$$C = \frac{\max \{|\lambda_i|\}}{\min \{|\lambda_i|\}} = 2.$$

Скорость сходимости для указанных градиентных алгоритмов можно считать одинаковой и независимой от эксцесса выделяемой помехи. Вместе с тем по сравнению с алгоритмом FastICA сходимость алгоритма градиентного спуска линейная [65].

Результаты компьютерного моделирования слепого подавления процесса Пуассона (сформированного по алгоритму на рис. П1.4) при выделении гауссовско-марковского процесса (сформированного

по алгоритму на рис. П1.1) подтверждают эти выводы (рис. 2.4 и 2.5), демонстрирующие снижение скорости сходимости алгоритма FastICA при снижении эксцесса, тогда как у алгоритмов KuicNet и AbsKurt характеристики сходимости не изменяются.

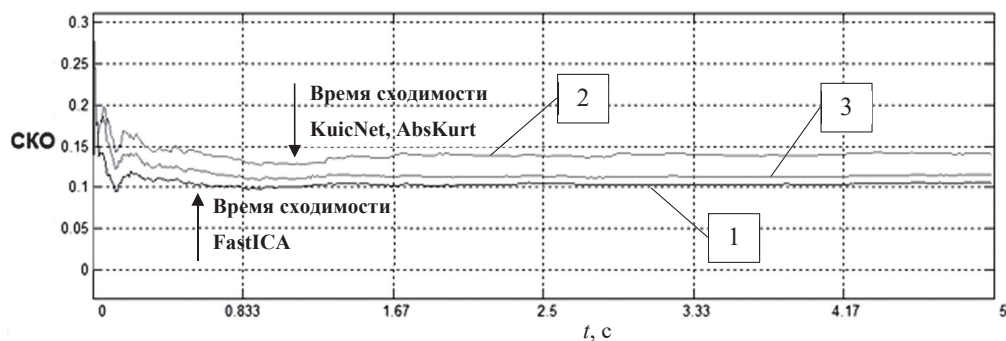


Рис. 2.4. Средний квадрат ошибки воспроизведения гауссовско-марковского процесса на фоне процесса Пуассона, полученный с помощью алгоритма FastICA (линия 1), KuicNet (линия 2) и AbsKurt (линия 3) при $\sigma = 0,7$ и $\lambda_{\Pi} = 0,1$ (эксцесс помехи равен 10)

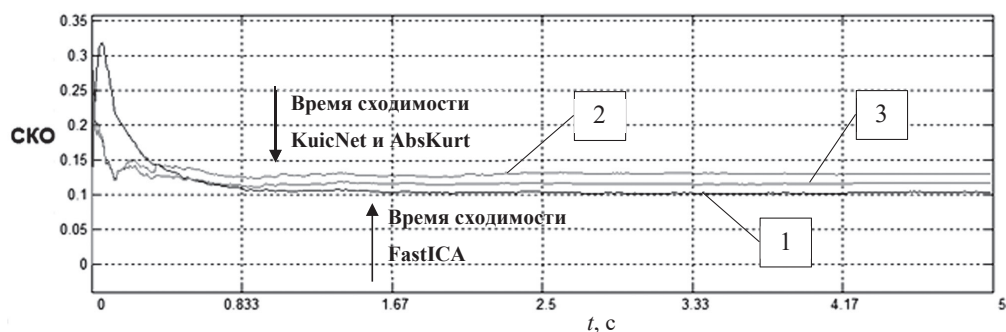


Рис. 2.5. Средний квадрат ошибки воспроизведения гауссовско-марковского процесса на фоне процесса Пуассона, полученный с помощью алгоритма FastICA (линия 1), KuicNet (линия 2) и AbsKurt (линия 3) при $\sigma = 0,7$ и $\lambda_{\Pi} = 0,15$ (эксцесс помехи равен 6,6)

2.3. Фильтрационный метод слепого подавления гауссовых помех при выделении импульсных сигналов

В ряде источников [52, 72] утверждается, что при слепом выделении случайных процессов, когда один из них импульсный, наблюдается плохая сходимость алгоритмов на основе максимизации эксцесса.

Кроме того, при использовании в качестве критерия экстремума эксцесса выходного сигнала количество локальных экстремумов и седловых точек, к которым может сходиться решение, гораздо больше, чем в случае использования критерия экстремума асимметрии или момента 3-го порядка случайного процесса, что повышает скорость сходимости алгоритмов [73].

Момент 3-го порядка случайного процесса — коэффициент, характеризующий степень несимметричности распределения относительно математического ожидания. Если момент 3-го порядка меньше нуля, то большая часть значений случайного процесса находится левее математического ожидания, и наоборот, если момент 3-го порядка положителен, то правее.

Необходимо использовать функционал

$$J(\mathbf{w}_1) = \frac{1}{3} m_3(\hat{s}_1) = \frac{1}{3} E\{\hat{s}_1^3\}, \quad (2.14)$$

где $m_3(\hat{s}_1)$ — момент 3-го порядка для сигналов с нулевым математическим ожиданием.

Докажем утверждение об единственности решения при использовании функционала на основе максимума момента 3-го порядка (2.14), а также о возможности слепого выделения сигнала в теоремах.

Теорема 3. Пусть смешивающая матрица \mathbf{H} ортогональная и все n выделяемых сигналов в смеси независимы, тогда все решения \mathbf{w}_1 относительно максимизации момента 3-го порядка с ограничением $\|\mathbf{w}_1\|^2 = 1$ можно выразить $\mathbf{w}_1 = \beta \mathbf{H} \mathbf{e}$, где \mathbf{e} — вектор размерностью n , имеющий только один единичный элемент с номером позиции i , равным номеру выделяемого сигнала в смеси; β — знак асимметрии.

Доказательство

Уравнение Лагранжа можно представить как

$$L(\mathbf{w}_1, l) = \frac{\beta}{3} E\left\{\left(\mathbf{w}_1^T \mathbf{y}_{w1}\right)^3\right\} - l\left(\|\mathbf{w}_1\|^2 - 1\right),$$

производная которого по \mathbf{w} (с учетом его нормировки и положительного множителя Лагранжа $l^* = \frac{m_3^{s_i}}{2}$) имеет вид

$$\frac{\partial L(\mathbf{w}_1, l)}{\partial \mathbf{w}_1} = \beta E \{ \hat{s}_i^2 \mathbf{y}_{w1} \} - m_3^{s_i} \mathbf{w}_1 = 0,$$

где s_i — выделяемый полезный сигнал.

Находим вектор \mathbf{w}_1 :

$$\mathbf{w}_1 = \beta \frac{E \{ \hat{s}_i^2 \mathbf{y}_{w1} \}}{m_3^{s_i}}. \quad (2.15)$$

Подставим вектор \mathbf{y}_{w1} как произведение смешивающей матрицы на вектор сигнала в выражении (2.15), допустив, что оценка \hat{s}_i на выходе равна s_i :

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_1 &= \beta \frac{E \{ s_i^2 \mathbf{y}_{w1} \}}{m_3^{s_i}} = \beta \frac{E \{ s_i^2 \mathbf{H} \mathbf{s} \}}{m_3^{s_i}} = \beta \frac{\mathbf{H} E \{ s_i^2 (s_1 \dots s_i \dots s_m)^T \}}{m_3^{s_i}} = \\ &= \beta \frac{\mathbf{H} E \left\{ \begin{pmatrix} s_i^2 s_1 & \dots & s_i^3 & \dots & s_i^2 s_m \end{pmatrix}^T \right\}}{m_3^{s_i}} = \beta \frac{\mathbf{H} (0 \dots m_3^{s_i} \dots 0)^T}{m_3^{s_i}} = \\ &= \beta \mathbf{H} \begin{pmatrix} 0 & \dots & \underset{i\text{-позиция}}{1} & \dots & 0 \end{pmatrix}^T = \beta \mathbf{H} \mathbf{e}_i, \end{aligned}$$

где $m_3^{s_i}$ — момент 3-го порядка сигнала s_i .

При заранее известном знаке асимметрии количество решений \mathbf{w} относительно максимизации момента 3-го порядка равно n .

Теорема 4. Если смешивающая матрица \mathbf{H} ортогональная и все сигналы в смеси независимы, а вектор \mathbf{w}_1 является решением относительно максимизации момента 3-го порядка, то выделение сигнала на выходе нейронной сети с учетом ограничения $\|\mathbf{w}_1\|^2 = 1$ будет происходить с абсолютной точностью при известном знаке асимметрии.

Доказательство

Выражение для сигнала на выходе нейронной сети представлено в виде

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{w}_1^T \mathbf{y}_{w1} = \beta \mathbf{H}^T \mathbf{e}_i^T \mathbf{H} \mathbf{s} = \beta \begin{pmatrix} 0 & \dots & \underset{i\text{-позиция}}{1} & \dots & 0 \end{pmatrix}^T \mathbf{s} = \beta s_i,$$

где $\mathbf{s} = (s_1 \ s_2 \ \dots \ s_{m-1} \ s_m)^T$; единица в векторе \mathbf{e} стоит на позиции с номером i , равным номеру выделяемого сигнала, умноженному на знак его асимметрии.

Если известен знак асимметрии, то сигнал выделяется с абсолютной точностью $\hat{s} = s_i$, что и требовалось доказать.

Делаем вывод, что при максимизации момента 3-го порядка количество глобальных максимумов равно числу негауссовских процессов.

Процедуру выделения сигналов также можно реализовать с помощью каскадной нейронной сети (см. рис. 2.1). Пусть один из сигналов источников негауссовский (например, процесс Пуассона с интенсивностью λ_{Π}), второй — БГШ с дисперсией σ^2 ; оба процесса независимы.

На вход блока выделения поступает обеленный вектор смеси $\mathbf{y}_w(k)$. Первый блок выделяет оценку \hat{s}_1 по (2.8). Рассмотрим преимущества алгоритма, который максимизирует функционал (2.14). Во многих случаях для улучшения сходимости максимизация функционала производится с определенными ограничениями [65]:

$$\|\mathbf{w}_1\|^2 = 1.$$

Для нахождения оптимального решения \mathbf{w}_1^* запишем функцию Лагранжа с ограничением $\|\mathbf{w}_1\|^2 = 1$:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{w}_1, l) &= \frac{1}{3} E \left\{ \left(\mathbf{w}_1^T \mathbf{y}_{w1} \right)^3 \right\} - l \left(\|\mathbf{w}_1\|^2 - 1 \right) = \\ &= \frac{1}{3} \left(w_{1_1}^3 m_3^{y_{w1_1}} + 3w_{1_1}^2 w_{1_2} m_{21}^{y_{w1_1} y_{w1_2}} + 3w_{1_1} w_{1_2}^2 m_{12}^{y_{w1_1} y_{w1_2}} + w_{1_2}^3 m_3^{y_{w1_2}} \right) - \\ &\quad - l \left(w_{1_1}^2 + w_{1_2}^2 - 1 \right), \end{aligned}$$

где l — множитель Лагранжа; m_3 — центральный момент 3-го порядка; m_{12} и m_{21} — смешанные моменты 3-го порядка.

Статистики 3-го порядка для обеленных смесей будут иметь вид

$$\begin{aligned} m_3^{s_1} &= \frac{1}{\sqrt{\lambda_{\Pi}}}; \\ m_3^{y_{w1_1}} &= \frac{(1 - \sigma^2)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\lambda_{\Pi}}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_3^{y_{w_{12}}} &= \frac{\sigma^3}{\sqrt{\lambda_{\Pi}}}; \\
 m_{12}^{y_{w_{11}}y_{w_{12}}} &= \frac{\sigma^2 \sqrt{1-\sigma^2}}{\sqrt{\lambda_{\Pi}}}; \\
 m_{21}^{y_{w_{11}}y_{w_{12}}} &= \frac{\sigma(1-\sigma^2)}{\sqrt{\lambda_{\Pi}}}.
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

Для нахождения оптимального решения \mathbf{w}_1^* необходимо записать частные производные функции Лагранжа [74], т. е. решить оптимизационную задачу:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L(\mathbf{w}_1, l)}{\partial l} &= w_{1_1}^2 + w_{1_2}^2 - 1 = 0, \\
 \frac{\partial L(\mathbf{w}_1, l)}{\partial \mathbf{w}_1} &= E\{\hat{s}_1^2 \mathbf{y}_{w_1}\} - 2l\mathbf{w}_1 = E\left\{\left(w_{1_1}y_{w_{11}} + w_{1_2}y_{w_{12}}\right)^2 \begin{pmatrix} y_{w_{11}} \\ y_{w_{12}} \end{pmatrix}\right\} - 2l \begin{pmatrix} w_{1_1} \\ w_{1_2} \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} E\{w_{1_1}^2 y_{w_{11}}^3 + 2w_{1_1}y_{w_{11}}^2 w_{1_2}y_{w_{12}} + w_{1_2}^2 y_{w_{12}}^2 y_{w_{11}}\} \\ E\{w_{1_1}^2 y_{w_{11}}^2 y_{w_{12}} + 2w_{1_1}y_{w_{11}} w_{1_2}y_{w_{12}}^2 + w_{1_2}^2 y_{w_{12}}^3\} \end{pmatrix} - 2l \begin{pmatrix} w_{1_1} \\ w_{1_2} \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} w_{1_1}^2 E\{y_{w_{11}}^3\} + 2w_{1_1}w_{1_2}E\{y_{w_{11}}^2 y_{w_{12}}\} + w_{1_2}^2 E\{y_{w_{12}}^2 y_{w_{11}}\} \\ w_{1_1}^2 E\{y_{w_{11}}^2 y_{w_{12}}\} + 2w_{1_1}w_{1_2}E\{y_{w_{11}} y_{w_{12}}^2\} + w_{1_2}^2 E\{y_{w_{12}}^3\} \end{pmatrix} - 2l \begin{pmatrix} w_{1_1} \\ w_{1_2} \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} w_{1_1}^2 m_3^{y_{w_{11}}} + 2w_{1_1}w_{1_2} m_{21}^{y_{w_{11}}y_{w_{12}}} + w_{1_2}^2 m_{12}^{y_{w_{11}}y_{w_{12}}} \\ w_{1_1}^2 m_{21}^{y_{w_{11}}y_{w_{12}}} + 2w_{1_1}w_{1_2} m_{12}^{y_{w_{11}}y_{w_{12}}} + w_{1_2}^2 m_3^{y_{w_{12}}} \end{pmatrix} - 2l \begin{pmatrix} w_{1_1} \\ w_{1_2} \end{pmatrix} = 0.
 \end{aligned}$$

Для положительных множителей Лагранжа стационарная точка единственная и находится с учетом значений вектора весовых коэффициентов:

$$\mathbf{w}_1^* = \begin{pmatrix} \sqrt{1-\sigma^2} \\ \sigma \end{pmatrix} \text{ при } l^* = \frac{m_3^{s_1}}{2}. \tag{2.17}$$

Для определения наличия экстремума функции Лагранжа найдем определитель матрицы Гессе¹²:

¹² Матрица вторых частных производных.

$$\begin{aligned}
|\Gamma| &= 2 \begin{vmatrix} E\left\{\left(w_{1_1}y_{w_{1_1}} + w_{1_2}y_{w_{1_2}}\right)y_{w_{1_1}}^2\right\} - l & E\left\{\left(w_{1_1}y_{w_{1_1}} + w_{1_2}y_{w_{1_2}}\right)y_{w_{1_1}}y_{w_{1_2}}\right\} \\ E\left\{\left(w_{1_1}y_{w_{1_1}} + w_{1_2}y_{w_{1_2}}\right)y_{w_{1_1}}y_{w_{1_2}}\right\} & E\left\{\left(w_{1_1}y_{w_{1_1}} + w_{1_2}y_{w_{1_2}}\right)y_{w_{1_2}}^2\right\} - l \end{vmatrix} \\
&= 2 \begin{vmatrix} w_{1_1}m_3^{y_{w_{1_1}}} + w_{1_2}m_{21}^{y_{w_{1_1}}y_{w_{1_2}}} - l & w_{1_1}m_{21}^{y_{w_{1_1}}y_{w_{1_2}}} + w_{1_2}m_{12}^{y_{w_{1_1}}y_{w_{1_2}}} \\ w_{1_1}m_{21}^{y_{w_{1_1}}y_{w_{1_2}}} + w_{1_2}m_{12}^{y_{w_{1_1}}y_{w_{1_2}}} & w_{1_1}m_{12}^{y_{w_{1_1}}y_{w_{1_2}}} + w_{1_2}m_3^{y_{w_{1_2}}} - l \end{vmatrix} = \\
&= 2\left(w_{1_1}m_3^{y_{w_{1_1}}} + w_{1_2}m_{21}^{y_{w_{1_1}}y_{w_{1_2}}} - l\right)\left(w_{1_1}m_{12}^{y_{w_{1_1}}y_{w_{1_2}}} + w_{1_2}m_3^{y_{w_{1_2}}} - l\right) - \\
&\quad - 2\left(w_{1_1}m_{21}^{y_{w_{1_1}}y_{w_{1_2}}} + w_{1_2}m_{12}^{y_{w_{1_1}}y_{w_{1_2}}}\right)^2 < 0.
\end{aligned}$$

Определитель матрицы Гессе при подстановке значений из формулы (2.16) всегда отрицательный, следовательно, стационарная точка является седловой (рис. 2.6) или точкой минимакса¹³ [75].

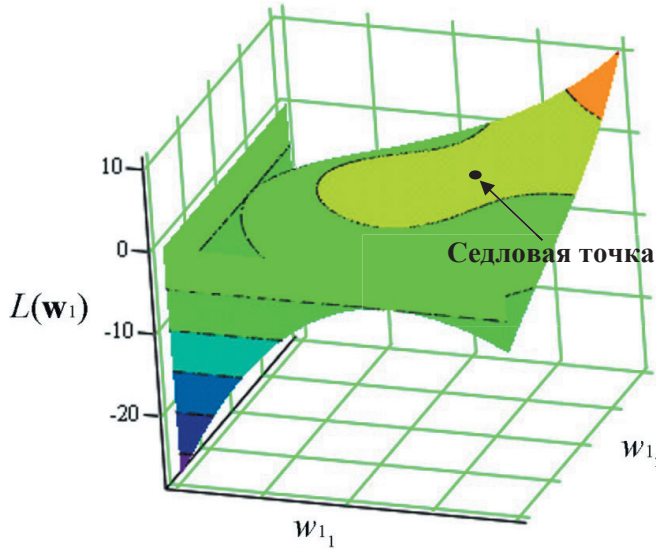


Рис. 2.6. Поверхность, построенная по функции Лагранжа при $\sigma = 0,7$ и $\lambda_{\Pi} = 0,15$

По условиям Куна — Таккера седловая точка является точкой глобального максимума функции Лагранжа [76]. Таким образом, при максимизации момента 3-го порядка решение сходится к оптимальному вектору (2.17).

¹³ Точка, в которой функция Лагранжа по основным переменным достигает максимума (минимума) и по множителям Лагранжа — минимума (максимума).

Аналогично выводам в формуле (2.51) найдем гессиан для функционала (2.1) с учетом выражения (2.12):

$$\begin{aligned} |\Gamma| = & \left(3w_{1_1}^2 m_4^{y_{w1_1}} + 6w_{1_1} w_{1_2} m_{31}^{y_{w1_1} y_{w1_2}} + 3w_{1_2}^2 m_{22}^{y_{w1_1} y_{w1_2}} - \kappa_4^{s_1} - 3 \right) \times \\ & \times \left(3w_{1_1}^2 m_{22}^{y_{w1_1} y_{w1_2}} + 6w_{1_1} w_{1_2} m_{13}^{y_{w1_1} y_{w1_2}} + 3w_{1_2}^2 m_4^{y_{w1_1} y_{w1_2}} - \kappa_4^{s_1} - 3 \right) - \\ & - \left(3w_{1_1}^2 m_{31}^{y_{w1_1} y_{w1_2}} + 6w_{1_1} w_{1_2} m_{22}^{y_{w1_1} y_{w1_2}} + 3w_{1_2}^2 m_{13}^{y_{w1_1} y_{w1_2}} \right)^2 < 0. \end{aligned}$$

Для положительного множителя Лагранжа обнаруживаются две стационарные точки, которые являются седловыми (рис. 2.7), поскольку гессиан (определитель матрицы Гессе) отрицательный. Кроме того, эти точки по условиям теоремы Куна — Таккера обнаруживаются как глобальные максимумы, поэтому в результате максимизации эксцесса при выделении процесса Пуассона на фоне гауссовой помехи решение может сходиться к двум значениям векторов \mathbf{w}_1 в зависимости от полярности (знака момента 3-го порядка) процесса Пуассона [77].

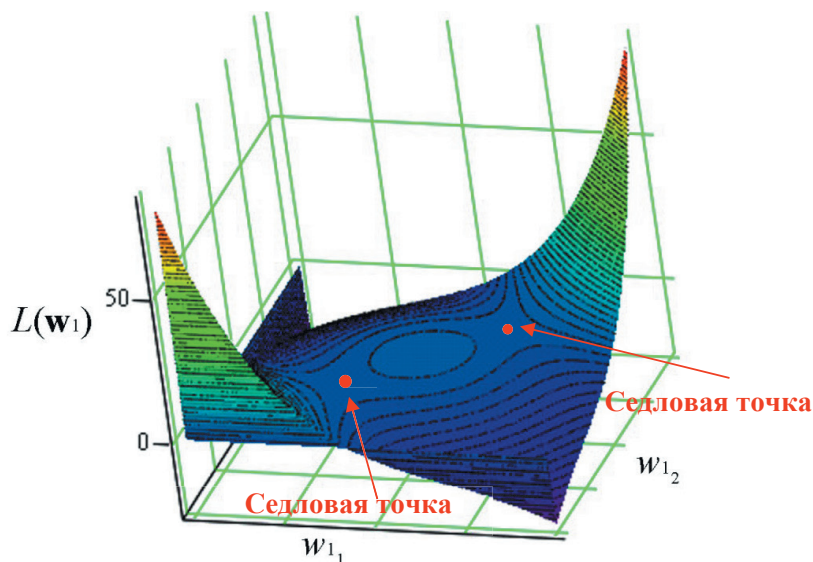


Рис. 2.7. Поверхность, построенная по функции Лагранжа при $\sigma = 0,7$ и $\lambda_{\Pi} = 0,15$

Таким образом, алгоритм выделения процесса Пуассона на основе максимизации момента 3-го порядка не чувствителен к изменению полярности, тогда как алгоритм на основе максимизации эксцесса этим недостатком не обладает.

Вместе с тем при сравнении сходимости алгоритмов на основе максимизации функционалов (2.1) и (2.14) последний не чувствителен к значению интенсивности процесса Пуассона (обусловленность матрицы Гессе равна единице). Сходимость же алгоритма на основе максимизации эксцесса ухудшается и в конечном итоге приводит к невозможности выделения импульсного сигнала.

Причиной этому является зависимость обусловленности матрицы Гессе от интенсивности λ_{Π} , а, как известно, чем хуже обусловленность, тем труднее осуществлять поиск глобального максимума [71].

Для выделения сигнала с моментом 3-го порядка, имеющим определенный знак, необходимо воспользоваться функционалом из выражения (2.14), умножив ее на знак асимметрии.

Алгоритм поиска весовых коэффициентов нейронной сети на основе критерия максимума момента 3-го порядка можно записать [77] так:

$$\mathbf{w}_1^+(t+1) = \beta E \{ \hat{s}_1^2 \mathbf{y}_{w1} \};$$

$$\mathbf{w}_1(t+1) = \frac{\mathbf{w}_1^+(t+1)}{\|\mathbf{w}_1^+(t+1)\|},$$

где β — параметр, определяющий знак момента 3-го порядка выделяемого сигнала ($\beta = -1$ для сигналов отрицательной полярности, $\beta = 1$ для сигналов с положительной полярностью).

Результаты компьютерного моделирования синтезированного алгоритма (назовем его Max3Mom) и алгоритма на основе максимизации эксцесса (FastICA) показаны на рис. 2.8, 2.9.

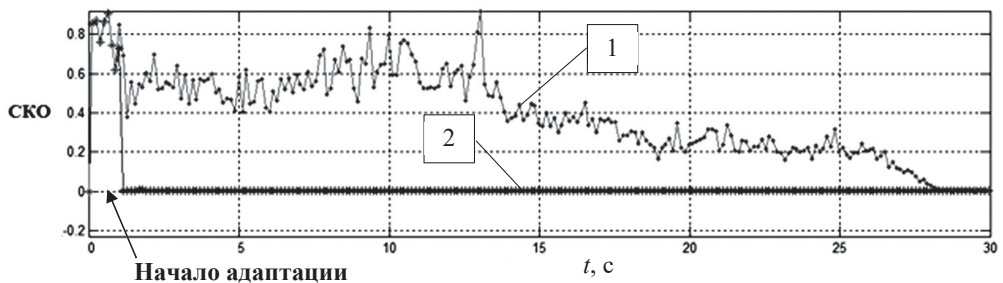


Рис. 2.8. Средний квадрат ошибки воспроизведения процесса Пуассона, полученный с помощью алгоритма FastICA (линия 1) и Max3Mom (линия 2) при $\sigma = 0,57$ и $\lambda_{\Pi} = 0,15$

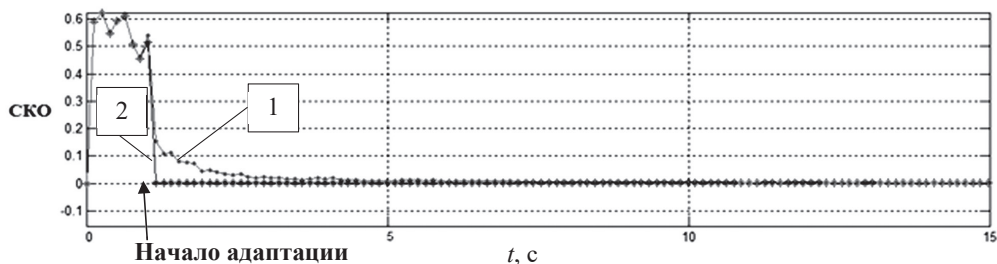


Рис. 2.9. Средний квадрат ошибки воспроизведения процесса Пуассона, полученный с помощью алгоритма FastICA (линия 1) и Max3Mom (линия 2) при $\sigma = 0,7$ и $\lambda_{\text{П}} = 0,15$

Анализ скоростей сходимости двух алгоритмов (см. рис. 2.8) показал, что выигрыш алгоритма Max3Mom составляет от 5 до 27 раз. При этом если сходимость алгоритма Max3Mom была практически мгновенной (менее 0,1 с), то в FastICA она зависит от начальных условий.

2.4. Фильтрационный метод слепого подавления импульсных помех при выделении импульсных сигналов

В предыдущих подглавах рассмотрены градиентные и FR-алгоритмы слепого выделения на основе максимизации эксцесса и момента 3-го порядка в условиях фильтрации (см. подглаву 2.3) и компенсации (см. подглаву 2.2) негауссовского процесса на фоне гауссовского.

Выявленные недостатки у FR-алгоритма на основе максимизации эксцесса типа FastICA (неспособность эффективно выделять сигнал при малых эксцессах) и максимизации момента 3-го порядка (отсутствие чувствительности к знаку асимметрии и неспособность выделить процесс с нулевой асимметрией) не позволяют считать их универсальными и широко применять на практике. Градиентный алгоритм типа KuicNet работоспособен при малых значениях эксцесса, однако необходимо априорно задавать знак эксцесса, что затрудняет применение алгоритма. Наилучшим в практическом плане является алгоритм AbsKurt. Он не только инвариантен к знаку и абсолютному значению эксцесса, но и фильтрует процессы с любой полярностью, а также может использоваться и в более сложных условиях, например при выде-

лении импульсного сигнала, в т. ч. симметричного относительно нуля, на фоне импульсной помехи.

Однако недостатком градиентных алгоритмов является необходимость выбора коэффициента μ , который влияет на скорость сходимости. В этой связи следует синтезировать ФР-алгоритм, основанный на максимизации абсолютного значения эксцесса, который обладает всеми достоинствами алгоритма AbsKurt (назовем его AbsKurtFP), но не использует коэффициент μ .

2.4.1. Синтез ФР-алгоритма

Будем (как и в алгоритме AbsKurt) использовать функционал $J(\mathbf{w}_1) = \frac{1}{4} |\kappa_4(\hat{s}_1)|$, градиент которого с учетом нормировки вектора весовых коэффициентов

$$\frac{\partial J(\mathbf{w}_1)}{\partial \mathbf{w}_1} = \frac{1}{4} \frac{\partial |\kappa_4(\hat{s}_1)|}{\partial \mathbf{w}_1} \bigg|_{\|\mathbf{w}_1\|^2=1} = \text{sign} \{ \kappa_4(\hat{s}_1) \} E \{ \hat{s}_1^3 \mathbf{y}_{w1} \}.$$

Следовательно, алгоритм, максимизирующий абсолютный эксцесс, может быть представлен следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_1^+(t+1) &= \text{sign} \{ \kappa_4(\hat{s}_1) \} E \{ \hat{s}_1^3 \mathbf{y}_{w1} \}; \\ \mathbf{w}_1(t+1) &= \frac{\mathbf{w}_1^+(t+1)}{\|\mathbf{w}_1^+(t+1)\|}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Докажем сходимость градиентных и ФР-алгоритмов при выделении импульсного сигнала на фоне импульсной помехи и покажем влияние начальных условий на скорость сходимости.

2.4.2. Сходимость ФР-алгоритмов

Разложим градиент функционала в ряд Тейлора в окрестности решения \mathbf{w}_1^* , соответствующего максимуму функционала:

$$\frac{\partial J(\mathbf{w}_1)}{\partial \mathbf{w}_1} = \frac{\partial J(\mathbf{w}_1)}{\partial \mathbf{w}_1} \bigg|_{\mathbf{w}_1=\mathbf{w}_1^*} + (\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_1^*) \frac{\partial^2 J(\mathbf{w}_1)}{\partial \mathbf{w}_1^2} \bigg|_{\mathbf{w}_1=\mathbf{w}_1^*} = (\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_1^*) \Gamma(\mathbf{w}_1^*). \quad (2.19)$$

Используя правило нахождения весовых коэффициентов в [65] с учетом выражения (2.18), получаем

$$\mathbf{w}_1(t+1) = \frac{\frac{\partial J(\mathbf{w}_1)}{\partial \mathbf{w}_1}}{\left\| \frac{\partial J(\mathbf{w}_1)}{\partial \mathbf{w}_1} \right\|} = \frac{\Gamma(\mathbf{w}_1^*)(\mathbf{w}_1(t) - \mathbf{w}_1^*)}{\left\| \Gamma(\mathbf{w}_1^*)(\mathbf{w}_1(t) - \mathbf{w}_1^*) \right\|},$$

где Γ — матрица Гессе.

Решение уравнения Лагранжа при максимизации функционала $J(\mathbf{w}_1)$ дает два множителя Лагранжа $l_1^* = \kappa_4^{s_1}/2$, $l_2^* = \kappa_4^{s_2}/2$ и четыре значения вектора $\mathbf{w}_1^* = \pm \begin{pmatrix} \sqrt{1-\sigma^2} \\ \sigma \end{pmatrix}$, $\mathbf{w}_1^* = \pm \begin{pmatrix} -\sigma \\ \sqrt{1-\sigma^2} \end{pmatrix}$, где σ и $\sqrt{1-\sigma^2}$ — среднеквадратическое отклонение случайных процессов в каналах смешивания ($\sigma < 1$).

При выделении s_1 и s_2 матрицы Гессе выражаются [69] так:

$$\begin{aligned} \Gamma^{s_1}(\mathbf{w}_1^*) &= \kappa_4^{s_1} \begin{bmatrix} 2-3\sigma^2 & 3\sigma\sqrt{1-\sigma^2} \\ 3\sigma\sqrt{1-\sigma^2} & 3\sigma^2-1 \end{bmatrix}, \\ \Gamma^{s_2}(\mathbf{w}_1^*) &= \kappa_4^{s_2} \begin{bmatrix} 3\sigma^2-1 & -3\sigma\sqrt{1-\sigma^2} \\ -3\sigma\sqrt{1-\sigma^2} & 2-3\sigma^2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Пусть начальные условия нулевые, тогда получим

$$\mathbf{w}_1(1) = \frac{\Gamma(\mathbf{w}_1^*)(-\mathbf{w}_1^*)}{\left\| \Gamma(\mathbf{w}_1^*)(-\mathbf{w}_1^*) \right\|} = \frac{2\kappa_4^{s_i}}{2\kappa_4^{s_i}}(-\mathbf{w}_1^*) = -\mathbf{w}_1^*.$$

Вектор сходится за одну итерацию к истинному значению с точностью до знака, что не противоречит теоремам 1 и 2.

Допустим, начальные условия ненулевые — $\mathbf{w}_1(0) = (0 \ 1)^T$. Изменение модуля вектора ошибки $\Delta e(t) = 0,5|\mathbf{w}_1(t) - \mathbf{w}_1^*|$ от итерации к итерации, найденное итеративным способом, изображено на рис. 2.10.

Сходимость осуществляется за 5 итераций и существенно не зависит от других параметров ($\kappa_4^{s_i}$, σ , s_i). Небольшое отличие кривых объясняется разным расположением на окружности значения вектора \mathbf{w}_1^* (для разных сигналов) и его близостью к начальным условиям [69].

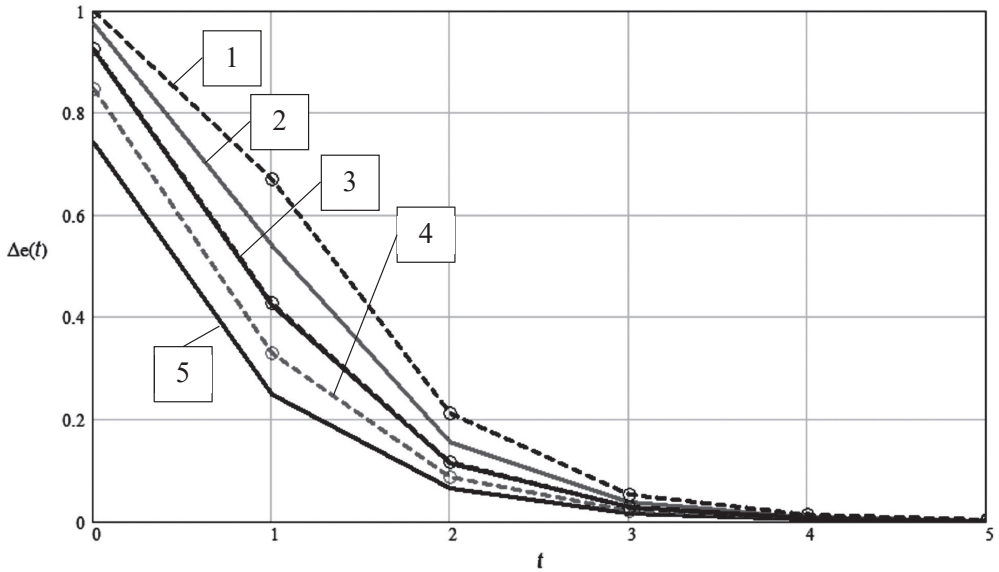


Рис. 2.10. Зависимость модуля вектора ошибки при выделении с помощью алгоритма AbsKurtFP процессов s_1 (линии 2, 3, 5) и s_2 (линии 1, 4) от номера итерации при $\sigma = 0,9$ (линии 2, 4), $\sigma = 0,7$ (линия 3), $\sigma = 0,1$ (линии 1, 5) при НУ (0,1)

2.4.3. Сходимость алгоритма AbsKurt

Запишем вектор весовых коэффициентов с учетом выражения (2.19):

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_1^+(t+1) &= \mathbf{w}_1(t) + \mu \Gamma(\mathbf{w}_1^*) (\mathbf{w}_1(t) - \mathbf{w}_1^*) = (\mathbf{I} + \mu \Gamma(\mathbf{w}_1^*)) \mathbf{w}_1(t) - 2\mu \kappa_4^{s_1} \mathbf{w}_1^*; \\ \mathbf{w}_1(t+1) &= \frac{(\mathbf{I} + \mu \Gamma(\mathbf{w}_1^*)) \mathbf{w}_1(t) - 2\mu \kappa_4^{s_1} \mathbf{w}_1^*}{\|(\mathbf{I} + \mu \Gamma(\mathbf{w}_1^*)) \mathbf{w}_1(t) - 2\mu \kappa_4^{s_1} \mathbf{w}_1^*\|}, \end{aligned}$$

где \mathbf{I} — единичная матрица.

При нулевых начальных условиях сходимость к оптимальному решению с точностью до знака происходит за один такт:

$$\mathbf{w}_1(1) = \frac{-2\mu \kappa_4^{s_1} \mathbf{w}_1^*}{\|-2\mu \kappa_4^{s_1} \mathbf{w}_1^*\|} = -\mathbf{w}_1^*.$$

При других начальных условиях, например $\mathbf{w}_1(0) = (0 \ 1)^T$, итеративно изобразим зависимость модуля вектора ошибки от номера итерации (рис. 2.11).

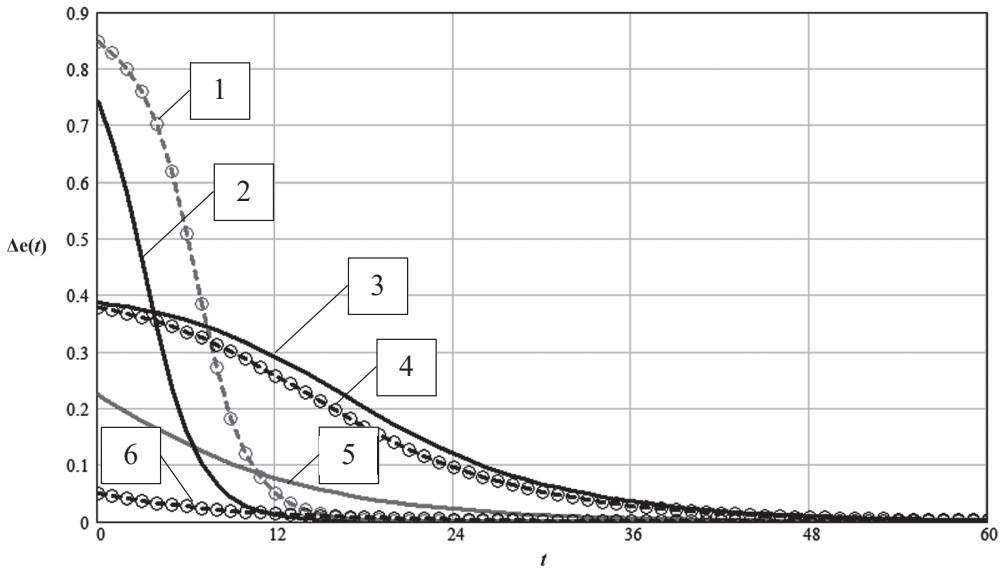


Рис. 2.11. Зависимость модуля вектора ошибки при выделении с помощью алгоритма AbsKurt процессов s_1 (линии 2, 3, 5) и s_2 (линии 1, 4, 6) от номера итерации при $\sigma = 0,9$ (линии 1, 5), $\sigma = 0,7$ (линии 3, 4), $\sigma = 0,1$ (линии 2, 6); эксцессы равны 10; $\mu = 0,01$ при НУ (0,1)

Таким образом, для обоих алгоритмов наиболее быстрая сходимость установлена при нулевых начальных условиях (за 1 такт). При ненулевых начальных векторах скорость сходимости снижается, в этом случае в сравнении с алгоритмом AbsKurt алгоритм AbsKurtFP в несколько раз быстрее сходится к оптимальному решению. Скорость сходимости будет зависеть от расположения на окружности значения оптимального вектора \mathbf{w}_1^* (для разных сигналов), а для алгоритма AbsKurt — от произведения параметров $\mu \kappa_4^{s_i}$.

2.5. Компенсационный метод подавления помех на основе многоканальной адаптивной обработки сигналов и слепого разделения помех в опорном канале

Адаптивная компенсация помех представляет собой способ оптимальной фильтрации, который можно применять при наличии подходящего опорного сигнала.

Наиболее распространенным критерием оценки весовых коэффициентов адаптивного фильтра является минимум среднего квадрата ошибки, а самым простым в алгоритмической реализации и с минимальной вычислительной сложностью методом поиска значений этих коэффициентов — метод наименьших квадратов:

$$\mathbf{w}(t+1) = \mathbf{w}(t) + 2\mu e(t)\mathbf{y}(t),$$

где μ — параметр адаптации, который определяет скорость и устойчивость процесса адаптации; $e(t)$ — отсчет сигнала ошибки; $\mathbf{y}(t)$ — вектор входного сигнала фильтра.

На рис. 2.12 изображена обучающая кривая, которая показывает уменьшение СКО в процессе коррекции весовых коэффициентов.

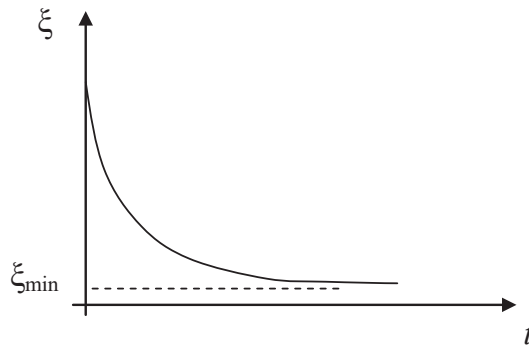


Рис. 2.12. Обучающая кривая

Значение постоянной времени обучающей кривой для алгоритма наименьших квадратов в случае действительных весовых коэффициентов находится в диапазоне [9]

$$\tau = \left[\frac{1}{4\mu\lambda_{\min}}, \frac{1}{4\mu\lambda_{\max}} \right], \quad (2.20)$$

где λ_{\min} и λ_{\max} — минимальное и максимальное собственные числа корреляционной матрицы входного сигнала фильтра.

Однако в выражении (2.20) параметр адаптации μ зависит от максимального собственного числа [11]:

$$\mu < \frac{1}{\lambda_{\max}},$$

поэтому можно утверждать, что постоянная времени обучающей кривой не может быть меньше четверти отношения максимального и минимального собственных чисел корреляционной матрицы:

$$\tau > \frac{\lambda_{\max}}{4\lambda_{\min}}.$$

Обусловленность матрицы влияет на постоянную времени обучающей кривой. В [70] показано, что для симметричных положительно определенных матриц отношение их максимального и минимального собственных чисел есть число обусловленности. Вычислим число обусловленности нормированной корреляционной матрицы на примере компенсации адаптивным фильтром гауссовско-марковского процесса единичной мощности с относительной шириной полосы α по произведению норм обратной корреляционной матрицы и корреляционной матрицы, а именно:

$$C = \|\mathbf{R}^{-1}\| \|\mathbf{R}\| = \frac{1+e^{-\alpha}}{1-e^{-\alpha}} = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}.$$

Таким образом, для градиентного метода поиска весовых коэффициентов по критерию наименьших квадратов постоянная времени обучающей кривой не может быть меньше четверти числа обусловленности корреляционной матрицы входного сигнала адаптивного фильтра [80]:

$$\tau > \frac{C}{4} = \frac{\lambda_{\max}}{4\lambda_{\min}}.$$

Следовательно, чем уже полоса компенсируемой помехи, тем медленнее сходимость.

Определим значение постоянной времени обучающей кривой для многоканального адаптивного фильтра через число обусловленности. Для простоты возьмем для рассмотрения двухканальный вариант реализации фильтра. В опорном канале действует смесь помех — белого гауссова шума $v_0(t)$ и гауссовско-марковского процесса $d(t)$:

$$x_1(t) = \sqrt{1-\sigma^2} v_0(t) + \sigma d(t) \text{ — в 1-м опорном канале;}$$

$$x_2(t) = \sigma v_0(t) + \sqrt{1-\sigma^2} d(t) \text{ — во 2-м опорном канале,}$$

где σ и $\sqrt{1-\sigma^2}$ — СКО помех в каналах.

Составим корреляционную матрицу помех в опорном канале [80]:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{R}_{12} \\ \mathbf{R}_{21} & \mathbf{R}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sigma^2 e^{-\alpha} & 2\sigma\sqrt{1-\sigma^2} & \sigma\sqrt{1-\sigma^2}e^{-\alpha} \\ \sigma^2 e^{-\alpha} & 1 & \sigma\sqrt{1-\sigma^2}e^{-\alpha} & 2\sigma\sqrt{1-\sigma^2} \\ 2\sigma\sqrt{1-\sigma^2} & \sigma\sqrt{1-\sigma^2}e^{-\alpha} & 1 & (1-\sigma^2)e^{-\alpha} \\ \sigma\sqrt{1-\sigma^2}e^{-\alpha} & 2\sigma\sqrt{1-\sigma^2} & (1-\sigma^2)e^{-\alpha} & 1 \end{bmatrix},$$

тогда уравнение собственных значений $|\mathbf{R} - \lambda \mathbf{I}| = 0$:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & \sigma^2 e^{-\alpha} & 2\sigma\sqrt{1-\sigma^2} & \sigma\sqrt{1-\sigma^2}e^{-\alpha} \\ \sigma^2 e^{-\alpha} & 1-\lambda & \sigma\sqrt{1-\sigma^2}e^{-\alpha} & 2\sigma\sqrt{1-\sigma^2} \\ 2\sigma\sqrt{1-\sigma^2} & \sigma\sqrt{1-\sigma^2}e^{-\alpha} & 1-\lambda & (1-\sigma^2)e^{-\alpha} \\ \sigma\sqrt{1-\sigma^2}e^{-\alpha} & 2\sigma\sqrt{1-\sigma^2} & (1-\sigma^2)e^{-\alpha} & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0.$$

Решая систему уравнений (2.21) относительно λ , получаем

$$C = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{1 + \frac{1}{2}e^{-\alpha} + \frac{1}{2}\sqrt{e^{-2\alpha} + (1+e^{-\alpha})(16\sigma^2 - 16\sigma^4)}}{1 - \frac{1}{2}e^{-\alpha} - \frac{1}{2}\sqrt{e^{-2\alpha} + (1-e^{-\alpha})(16\sigma^2 - 16\sigma^4)}}.$$

На рис. 2.13 продемонстрирована худшая обусловленность матрицы при равных мощностях помех на каждом опорном входе фильтра, поэтому важно не допускать таких соотношений.

Наихудшая ситуация с обусловленностью матрицы наблюдается, когда соотношение помех кратно a относительно опорных входов фильтра ($x_1(t) = a[\sqrt{1-\sigma^2}v_0(t) + \sigma d(t)]$; $x_2(t) = \sqrt{1-\sigma^2}v_0(t) + \sigma d(t)$). В этом

случае наименьшее собственное значение не зависит от кратности и всегда равно нулю, что приводит к бесконечной обусловленности C .

В этой связи сначала необходимо разделить помехи, а только потом подать их на опорные входы компенсатора.

Слепых алгоритмов разделения помех существует большое множество, и в случае аддитивного смешивания помех возможно применение достаточно быстрых алгоритмов, время сходимости которых значительно меньше, чем сходимость градиентных алгоритмов при

плохой обусловленности корреляционной матрицы входного сигнала адаптивного фильтра. Например, при разделении речевых сигналов скорость сходимости алгоритма ИСА составляет не более 500 итераций [78], а при разделении квазигармонических сигналов алгоритмом NGA — не более 200 итераций [79]. Поэтому, используя предварительное слепое разделение помех в каналах, можно в несколько раз снизить время сходимости алгоритма наименьших квадратов при адаптации весовых коэффициентов фильтра.

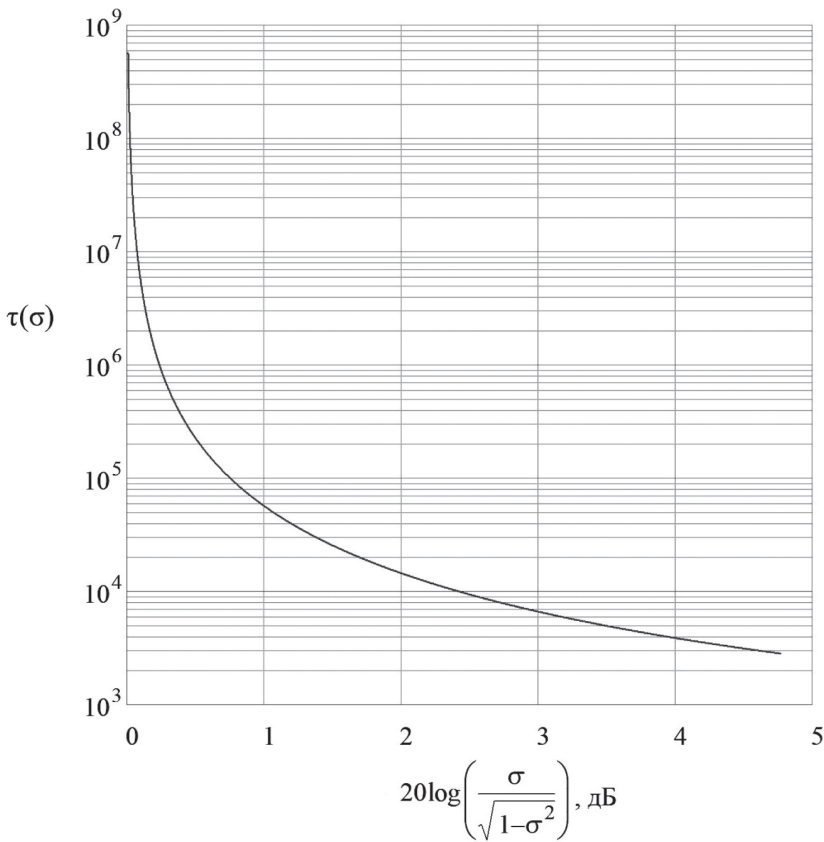


Рис. 2.13. Зависимость времени сходимости от отношения мощностей помех в каналах ($\alpha = 0,001$)

Таким образом, структурная схема, в которой реализуются компенсационные методы на основе многоканальной адаптивной обработки сигналов и слепого разделения помех в опорном канале, может быть представлена следующим образом (рис. 2.14). На входы устрой-

ства разделения помех подаются сигналы с m датчиков, в которых действуют смеси помех $\Sigma d_i(t)$. На выходе устройства разделения оценки помех $\hat{d}'(t) \dots \hat{d}^n(t)$ подаются на входы опорного канала. Адаптивные фильтры работают независимо, но по одному выходному сигналу. По окончании адаптации на выходе структурной схемы формируется оценка полезного сигнала [80].

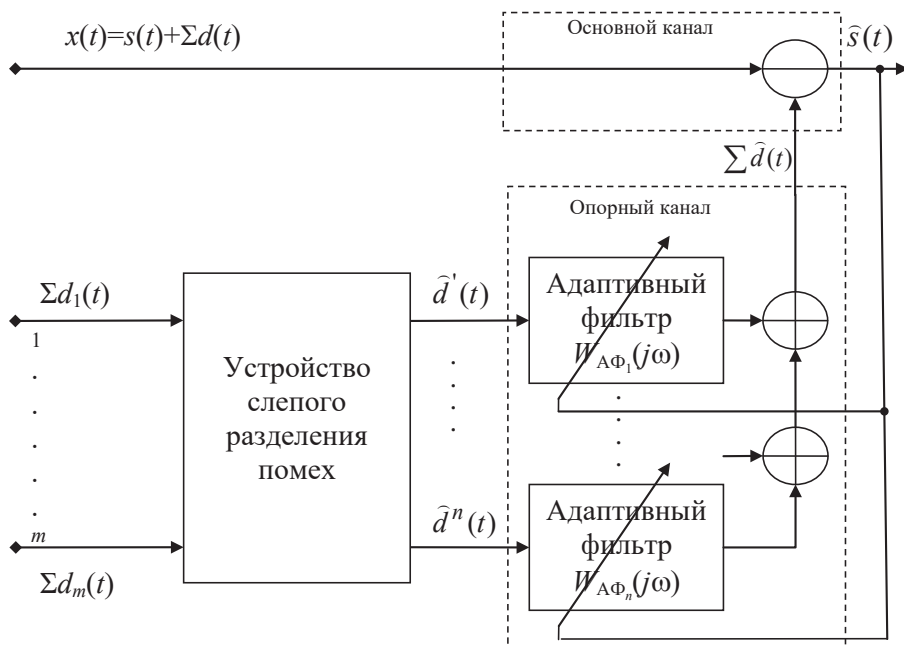


Рис. 2.14. Структурная схема, реализующая компенсационные методы на основе многоканальной адаптивной обработки сигналов и слепого разделения помех в опорном канале

В [80–82] представлены результаты разделения алгоритмами Жуттена — Эро, DUET, минимизации взаимной информации в опорном канале помех с гауссовским, равномерным и рэлеевским распределениями, сформированными соответственно по формулам (П1.1), (П1.6), (П1.8). Ниже представлены результаты выигрыша в скорости G_c схожимости при использовании таких слепых алгоритмов:

Жуттена — Эро.....	6
DUET	8
минимизации взаимной информации.....	28

В целом характеризуя эти алгоритмы, алгоритм Жуттена — Эро работоспособен только без учета влияния канала на помеху, а алгоритм DUET разделяет только узкополосные помехи. Алгоритм минимизации взаимной информации является сложным для вычисления, но эффективным при разделении любых типов помех, в т. ч. искаженных каналом.

Выводы по главе 2

Задача слепого выделения сигналов состоит из трех процедур — обеления, выделения и удаления процессов. Были рассмотрены две структурные схемы, реализующие компенсационные и фильтрационные методы слепого подавления помех, и три ситуации: выделение непрерывных гауссовых сигналов на фоне непрерывных и импульсных негауссовых помех, выделение импульсных сигналов на фоне непрерывных гауссовых помех, выделение импульсных сигналов на фоне импульсных помех.

Установлено, что при больших эксцессах (10 и более) FastICA является самым быстросходящимся. В то же время при малых эксцессах скорость сходимости этого алгоритма резко падает, и он неработоспособен при компенсации негауссовой помехи с отрицательным эксцессом. Наиболее универсальным и эффективным алгоритмом признан AbsKurt, который инвариантен к знаку эксцесса.

При выделении импульсных сигналов на фоне непрерывных гауссовых помех рассмотрены два вида функционалов — эксцесс и момент 3-го порядка выходного сигнала, максимизация которых реализована в алгоритмах FastICA и Max3Mom соответственно. Если сходимость алгоритма Max3Mom практически мгновенная, то сходимость алгоритма FastICA зависит от интенсивности импульсного сигнала.

Выделение импульсного сигнала на фоне импульсной помехи показано на примере использования алгоритмов слепого выделения на основе максимизации эксцесса с фиксированной (неподвижной) точкой AbsKurtFP и градиентного спуска AbsKurt. Установлено, что на скорость сходимости влияют начальные условия, а наилучшими являются нулевые. Наиболее быстро сходящимся и эффективным алгоритмом признан алгоритм AbsKurtFP.

Многоканальная адаптивная компенсация помех является эффективным средством подавления мешающих процессов, однако в случае равенства дисперсий помех в опорном канале скорость сходимости резко замедляется. Избежать данную ситуацию позволяет слепое разделение помех до их подачи на опорные входы компенсатора. В качестве слепых алгоритмов предлагается использовать Жуттена — Эро, DUET и минимизации взаимной информации.

Контрольные вопросы к главе 2

1. Назовите этапы слепого выделения сигналов.
2. Опишите процедуру обеления в алгоритме слепого выделения сигнала из помех.
3. Чему равен вектор удаления сигнала из смеси и при каких условиях он равен вектору выделения?
4. Дайте описание структурной схемы реализации компенсационного метода с использованием алгоритмов слепого выделения сигналов.
5. Дайте описание структурной схемы, реализующей фильтрационный метод подавления помех с использованием алгоритмов слепого выделения сигнала из помех.
6. Назовите преимущества и недостатки функционала на основе статистики 3-го порядка перед статистиками 4-го порядка.
7. При каких условиях сходимость алгоритма FastICA хуже, чем у Max3Mom?
8. Что такое седловая точка?
9. Для чего необходимо вычислять матрицу Гессе при анализе работоспособности алгоритмов?
10. Чем обусловлена необходимость предварительного разделения помех в опорных каналах адаптивного компенсатора?

3. Фильтрационные и компенсационные методы слепого подавления помех с использованием биспектрального представления процессов и статистик высших порядков

3.1. Восстановление сигнала из биспектра

Биспектральная обработка сигнала — эффективный способ преобразования, позволяющий, во-первых, получить оценку полезного сигнала на фоне помехи без априорного знания его временного положения, подавить помеху с симметричным (в т. ч. гауссовским распределением), во-вторых, получить инструментарий более точной классификации сигнала по сравнению со спектральным представлением.

В разделе исследуются методы, основанные как на биспектральном преобразовании, так и статистиках высших порядков (кумулянтов 3-го и 4-го порядков). Все методы являются слепыми, т. к. не требуют знания распределений сигналов и помех.

Известно, что биспектр определяется из кумулянтной функции 3-го порядка в соответствии с формулой (3.1), согласно которой двойное преобразование Фурье от кумулянтной функции и есть биспектр сигнала. Аналогично преобразование выражения (3.2) ставит в соответствие кумулянтной функции 4-го порядка спектр 4-го порядка, или триспектр:

$$S_y(\omega_1, \omega_2) = \sum_{\tau_1=-\infty}^{\infty} \sum_{\tau_2=-\infty}^{\infty} \kappa_3(\tau_1, \tau_2) \exp(-j(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2)), \quad (3.1)$$
$$|\omega_1| \leq \pi, |\omega_2| \leq \pi, |\omega_1 + \omega_2| \leq \pi;$$

$$S_y(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \sum_{\tau_1=-\infty}^{\infty} \sum_{\tau_2=-\infty}^{\infty} \kappa_4(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \exp(-j(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2 + \omega_3 \tau_3)), \quad (3.2)$$

$$|\omega_1| \leq \pi, |\omega_2| \leq \pi, |\omega_3| \leq \pi, |\omega_1 + \omega_2 + \omega_3| \leq \pi,$$

где $\kappa_s(\tau_1, \dots, \tau_s)$ — кумулянтная функция s -порядка, $\kappa_s(\tau_1, \dots, \tau_s) =$

$$= (-j)^s \frac{\partial^s \ln \Theta(\omega_1, \dots, \omega_s)}{\partial \omega_1 \dots \partial \omega_s} \bigg|_{\omega_1 = \dots = \omega_s = 0}; \quad \Theta(\omega) — характеристическая функция^{14}$$

процесса y .

Методов восстановления сигнала из оценки биспектра существует большое множество — некоторые из них изложены в [83–86]. Для указанных методов характерен ряд достоинств, а также ограничений и недостатков, которые требуют в каждом конкретном случае (при обработке сигналов) отдельных исследований и компьютерного моделирования.

В [87] предложен классический рекурсивный алгоритм восстановления фазового $\Psi(\omega)$ и амплитудного $S(\omega)$ спектра сигнала при фильтрации импульсного сигнала со случайными сдвигами на фоне белого гауссова и импульсного шумов при малых отношениях сигнал–шум. В основу алгоритма положено выражение комплексного биспектра [83]:

$$\begin{aligned} \Psi(0) &= 0, \\ \Psi(1) &= \Psi(1) + \Psi(0) - B_{\Psi}(1, 0), \\ \Psi(2) &= 2\Psi(1) - B_{\Psi}(1, 1), \\ \Psi(3) &= \Psi(2) + \Psi(1) - B_{\Psi}(2, 1), \\ \Psi(4) &= 2\Psi(2) - B_{\Psi}(2, 2), \\ \Psi(4) &= \Psi(3) + \Psi(1) - B_{\Psi}(3, 1), \\ \Psi(5) &= \Psi(3) + \Psi(2) - B_{\Psi}(3, 2), \\ \Psi(6) &= \Psi(3) + \Psi(3) - B_{\Psi}(3, 3), \\ \Psi(5) &= \Psi(4) + \Psi(1) - B_{\Psi}(4, 1), \\ &\dots\dots\dots \\ \Psi(M-1) &= \Psi(M-1) + \Psi(0) - B_{\Psi}(M-1, 0). \end{aligned} \quad (3.3)$$

¹⁴ Находится как многомерное преобразование Фурье от плотности вероятности случайного процесса.

где $B_\Psi(\omega_1, \omega_2)$ — бифаза; $B_A(\omega_1, \omega_2)$ — биамплитуда.

$$\begin{aligned} B_\Psi(\omega_1, \omega_2) &= \Psi_S(\omega_1) + \Psi_S(\omega_2) - \Psi_S(\omega_1 + \omega_2) \Big|_{\substack{\omega_1=0, \omega_2 \neq 0 \\ \omega_2=0, \omega_1 \neq 0}} = \\ &= B_\Psi(\omega_1, 0) = B_\Psi(0, \omega_2) = 0. \end{aligned}$$
$$\begin{aligned}\Psi(0) &= 0, \\ \Psi(1) &= 0,\end{aligned}\tag{3.5}$$

$$\Psi(\omega) = \frac{1}{\omega-1} \left(2 \sum_{i=0}^{\omega-1} \Psi(i) - \sum_{i=0}^{\omega} B_{\Psi}(i, \omega-i) \right), \quad \omega = 2 \dots (M-1).$$

$$\begin{aligned}
|\dot{S}(0)| &= \sqrt[3]{B_A(0,0)}, \\
|\dot{S}(1)| &= \sqrt{\frac{B_A(1,0)}{|\dot{S}(0)|}}, \\
|\dot{S}(\omega)| &= \frac{1}{\omega} \sum_{i=1}^{\omega-1} \sqrt{\frac{B_A(\omega,0)}{|\dot{S}(0)|}} + \frac{B_A(i,\omega-i)}{|\dot{S}(i)| |\dot{S}(\omega-i)|}, \quad \omega = 2 \dots (M-1).
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Алгоритм восстановления фазы (3.5) подробно исследуется в [88] и называется алгоритмом Бриллинджера. Он предполагает одновременное рекурсивное усреднение фаз и сопутствующих бифаз и нахождение их разности. Однако алгоритм имеет существенный недостаток — при восстановлении фазового спектра возникает ошибка из-за рекурсивного восстановления фазы без учета ограничения ее главного значения в диапазоне от $-\pi$ до π . Такое явление называется «заворот» фазы¹⁵. Поясним его на примере.

Пусть значение фазового спектра в точке ω_1 и ω_2 равно π , а в точке $\omega_1 + \omega_2$ — минус π , тогда (согласно первому свойству биспектра) бифаза будет равна 3π . В то же время если взять значение аргумента от усредненного биспектра сигнала, то он будет равен π . Поэтому не всегда целесообразно использовать механизмы усреднения, а для снижения шума можно применить другие методы, например усреднение восстановленных спектров, гауссовскую или медианную фильтрацию.

В [89] на основе нормированного биспектра¹⁶ предложен альтернативный рекурсивный алгоритм восстановления фазового спектра сигнала, не имеющий указанного недостатка:

$$\begin{aligned}
\varphi_c(0) &= \varphi_c(1) = 1, \quad \varphi_c(2) = \cos B_\Psi(1,1), \\
\varphi_s(0) &= \varphi_s(1) = 0, \quad \varphi_s(2) = -\sin B_\Psi(1,1), \\
\omega &= 3 \dots M-1, \\
\varphi(\omega) &= \frac{1}{\omega-1} \left[\sum_{i=1}^{\omega-1} [\varphi_c(\omega-i)\varphi_c(i) - \varphi_s(\omega-i)\varphi_s(i)] \cos(B_\Psi(\omega-i,i)) + \right. \\
&\quad \left. + \sum_{i=1}^{\omega-1} [\varphi_c(\omega-i)\varphi_s(i) + \varphi_s(\omega-i)\varphi_c(i)] \sin(B_\Psi(\omega-i,i)) \right],
\end{aligned}$$

¹⁵ Wrapping phase (англ.).

¹⁶ Назовем алгоритмом Тоцкого — Лукина — Зеленского.

$$\varphi_s(\omega) = \frac{1}{\omega-1} \left[\sum_{i=1}^{\omega-1} [\varphi_c(\omega-i)\varphi_s(i) + \varphi_s(\omega-i)\varphi_c(i)] \cos(B_\Psi(\omega-i, i)) - \right. \\ \left. - \sum_{i=1}^{\omega-1} [\varphi_c(\omega-i)\varphi_c(i) - \varphi_s(\omega-i)\varphi_s(i)] \sin(B_\Psi(\omega-i, i)) \right], \quad (3.7)$$

$$\Psi(\omega) = \arg\{\varphi_c(\omega) + j\varphi_s(\omega)\}.$$

После формирования амплитудного и фазового спектров из биспектра наблюдаемого зашумленного сигнала оценка полезного сигнала может быть получена через обратное преобразование Фурье:

$$\hat{s} = \text{IFFT} \left\{ |\hat{S}(\omega)| \exp(j\Psi(\omega)) \right\}, \quad (3.8)$$

где IFFT — оператор ОПФ.

Все *фильтрационные методы с использованием прямой биспектральной обработки* условно можно представить в виде структурной схемы (рис. 3.1).

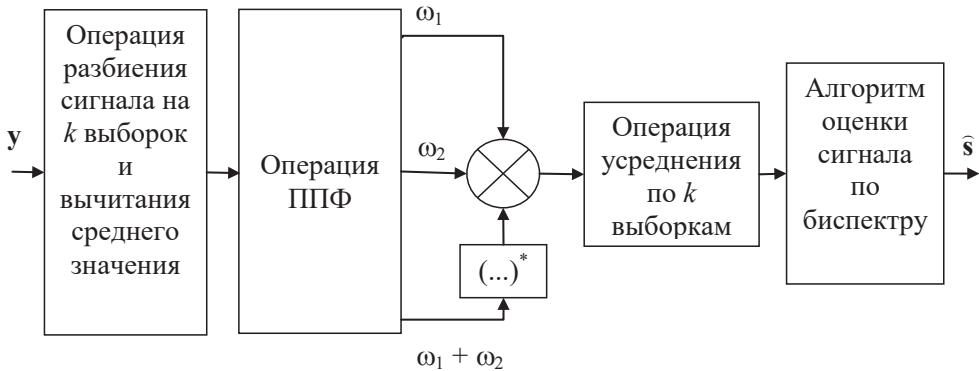


Рис. 3.1. Структурная схема, реализующая фильтрационные методы с использованием прямой биспектральной обработки

При поступлении зашумленного сигнала на вход схемы он разбивается на k выборок. Над каждой выборкой производится операция прямого преобразования Фурье. При этом результат ППФ на частоте $\omega_1 + \omega_2$ пропускается через устройство комплексного сопряжения. Затем все частотные выборки подаются на устройство умножения, с выхода которого результат усредняется по всем k выборкам. Усредненная реализация преобразуется с помощью алгоритма оценки сигнала по биспектру, в результате чего на выходе структурной схемы имеем

полезный сигнал, очищенный от помехи. В качестве алгоритма оценки сигнала по биспектру можно использовать формулу (3.5) или (3.7), (3.6), (3.8).

Необходимо отметить, что структурная схема работоспособна для периодических полезных сигналов. Если сигнал непериодический, то блоки разбиения сигнала на выборки и усреднения по выборкам нужно исключить.

Фильтрационные методы с использованием косвенной биспектральной обработки представлены в виде структурной схемы (рис. 3.2).

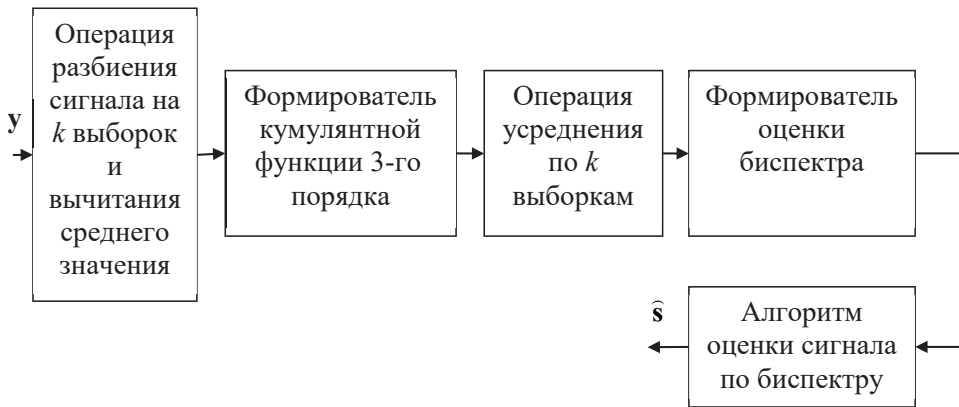


Рис. 3.2. Структурная схема, реализующая фильтрационные методы с использованием косвенной биспектральной обработки

На вход структурной схемы (рис. 3.2) подается зашумленный сигнал. Если он периодический, то над ним производится операция разбиения сигнала на k выборок. В противном случае этот блок исключается из схемы. Далее происходит формирование кумулянтной функции 3-го порядка для каждой выборки. В случае периодического сигнала над k кумулянтными функциями производится операция усреднения. Затем необходимо произвести операцию формирования оценки биспектра с использованием функций окон. После получения биспектра производится восстановление сигнала также с помощью формул (3.5) или (3.7), (3.6), (3.8).

При выделении импульсных полезных сигналов (псевдослучайных последовательностей, ортогональных кодов и т. п.) на фоне различных помех с симметричными распределениями возникают определенные сложности, выражающиеся в априорной неопределенности

времени их прихода. При этом начальная фаза (временное положение) импульсных сигналов может от периода к периоду меняться и усложнять систему синхронизации опорного сигнала, а также значительно увеличивать время входа приемной системы в синхронизм. Биспектральное преобразование нивелирует эти сложности.

Результаты моделирования процесса фильтрации импульсного сигнала на фоне аддитивного гауссова и импульсного шумов с симметричным распределением показаны на рис. 3.3 (при одинаковой дисперсии помех). Оптимальный винеровский фильтр реализован в частотной области по формуле (1.2), в которой спектральные плотности мощности сигнала и помехи усредняются по K реализациям. Выходной сигнал подвергался дополнительной гауссовской и медианной фильтрации. Минимальная длительность символа импульсного полезного сигнала — 8 отсчетов. Параметр гауссовского фильтра $BT = 0,1$. Использовался алгоритм восстановления фазы (3.5).

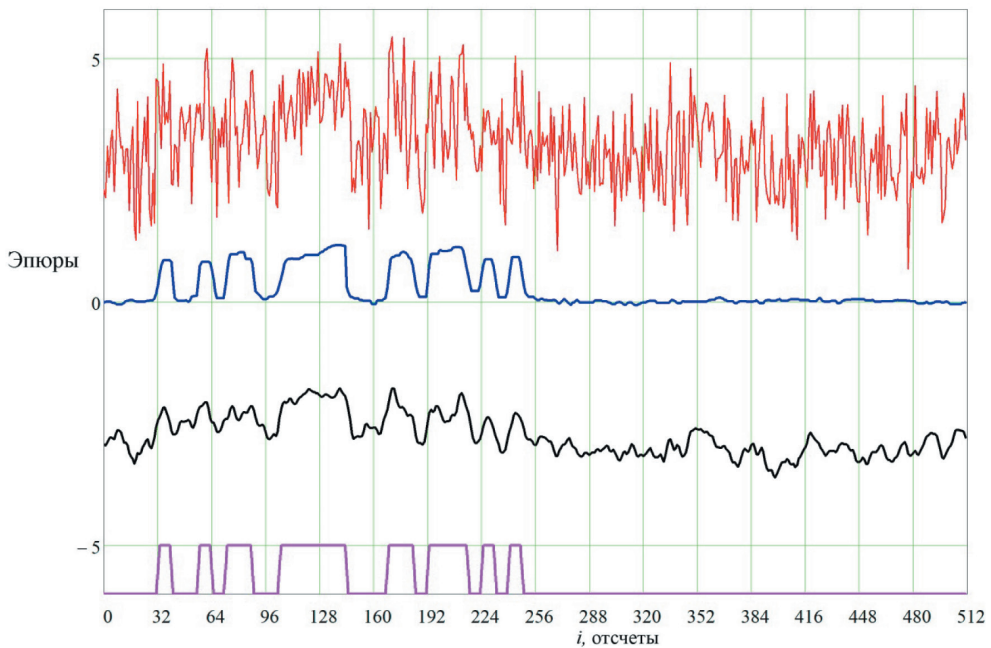


Рис. 3.3. Эпюры зашумленного полезного сигнала на входе (красный) и выходе устройства биспектральной обработки (синий) и винеровского фильтра (черный), чистого полезного сигнала (розовый) при $K = 200$, $\eta = -5$ дБ и отсутствии преобразования помех ($G_{\text{Bispec}} = 15,6$ дБ; $G_{\text{Wiener}} = 7,3$ дБ)

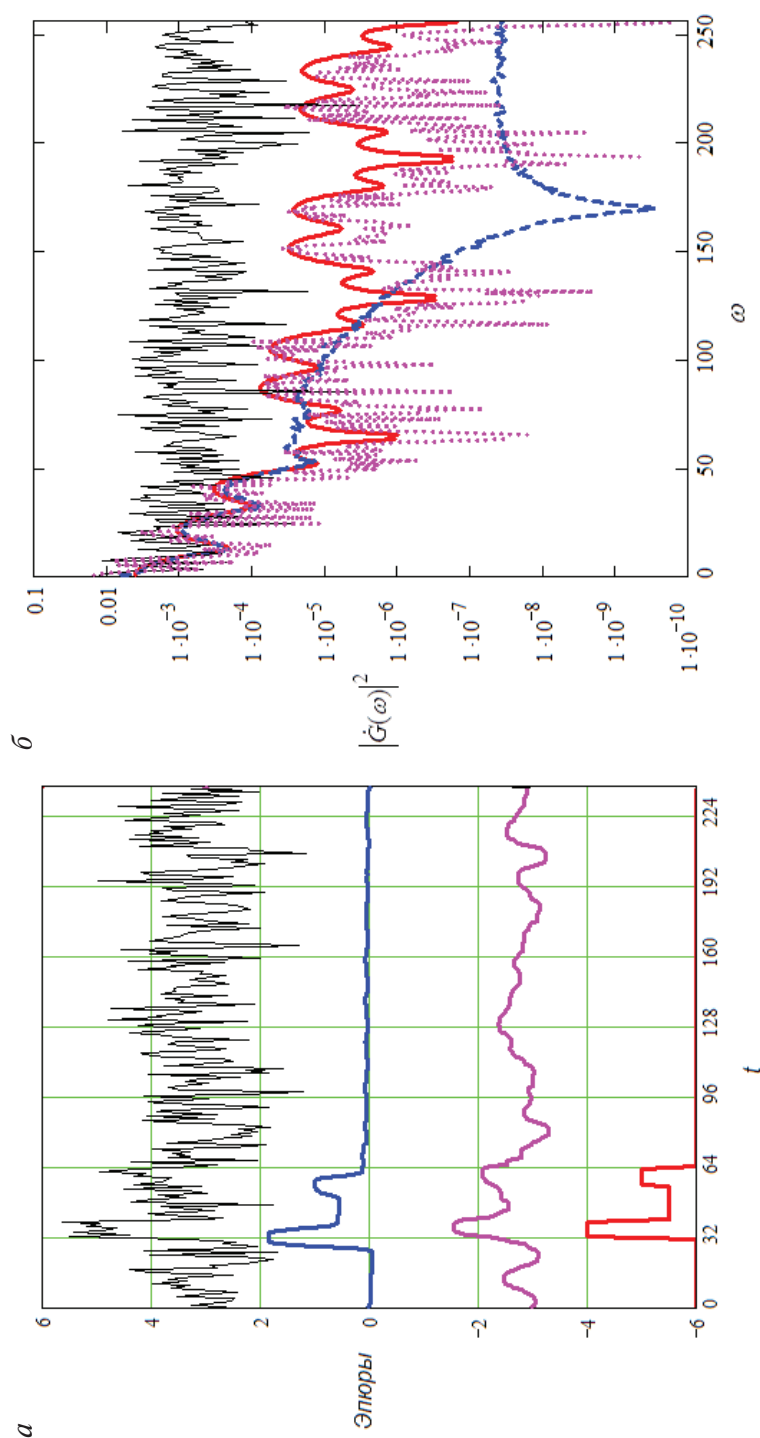


Рис. 3.4. Результаты моделирования: a — этюры; $б$ — спектральные плотности мощности зашумленного полезного сигнала на входе (черный) и выходе устройства биспектральной обработки (синий) и винеровского фильтра (розовый), чистого полезного сигнала (красный) при $K = 1000$, $\eta = -8$ дБ и отсутствии преобладания помех ($G_{\text{bispec}} = 20,3$ дБ; $G_{\text{Wiener}} = 8,0$ дБ)

Выигрыш по отношению мощности сигнал—помеха на выходе при биспектральной обработке составил 15,6 дБ, при винеровской фильтрации — 7,3 дБ.

На другом примере фильтрации короткого импульса сложной формы на фоне белого гауссова шума сравнивались результаты биспектральной обработки с винеровской фильтрацией (рис. 3.4) при тех же помехах, но с другим алгоритмом восстановления фазы (3.7). Сигналы с выходов биспектрального и винеровского фильтров также пропускались через гауссовский и медианный фильтры с теми же параметрами, что и в предыдущем примере [90].

Выигрыш в отношении сигнал—помеха при биспектральной обработке увеличился и составил 20 дБ. Таким образом, при использовании алгоритма восстановления фазы (3.7) сигнал восстанавливается с меньшими искажениями в сравнении с алгоритмом (3.5). Увеличение выигрыша от применения алгоритма (3.7) составило почти 5 дБ.

3.2. Оптимальная фильтрация импульсных сигналов на фоне импульсных помех с произвольным распределением в биспектральной области по критерию минимума моментной функции ошибки 3-го порядка

Биспектральное преобразование позволяет подавлять помехи с симметричными распределениями и нулевыми математическими ожиданиями. Однако в случае, если моментная функция 3-го порядка помехи отлична от нуля, необходимо искать другие методы фильтрации полезного сигнала.

Традиционными являются методы с использованием линейного фильтра. Если решается задача фильтрации случайного процесса $s(t)$, взаимодействующего аддитивно с помехой $d(t)$, с нулевыми средними, то оценка полезного сигнала во временной области на выходе фильтра с импульсной характеристикой $w(t)$

$$\hat{s}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} w(t, \tau) y(\tau) d\tau, \quad (3.9)$$

где $y(t) = s(t) + d(t)$.

Фильтрация по критерию минимума среднего квадрата ошибки (критерий LMS) оценки приводит к синтезу фильтра в частотной области (при независимости сигнала и помехи) с коэффициентом передачи, равным отношению спектральной плотности мощности сигнала к спектральной плотности мощности аддитивной смеси на входе фильтра.

Если фильтрация производится в биспектральной области, то оценка комплексного биспектра сигнала на выходе фильтра может быть представлена [91] в виде

$$S_s(\omega_1, \omega_2) = S_y(\omega_1, \omega_2) W(\omega_1) W(\omega_2) W^*(\omega_1 + \omega_2), \quad (3.10)$$

где $W(\omega)$ — коэффициент передачи линейного фильтра на частоте ω ; * — операция комплексного сопряжения.

Подставив в формулу (3.10) оптимальный коэффициент передачи по Винеру и представив биспектр входного сигнала в виде произведения спектров на частотах ω_1 , ω_2 и $\omega_1 + \omega_2$, можно получить следующее выражение для биспектра выходного сигнала:

$$\begin{aligned} S_s(\omega_1, \omega_2) &= G_y(\omega_1) G_y(\omega_2) G_y^*(\omega_1 + \omega_2) \frac{S_s(\omega_1)}{S_y(\omega_1)} \frac{S_s(\omega_2)}{S_y(\omega_2)} \frac{S_s^*(\omega_1 + \omega_2)}{S_y^*(\omega_1 + \omega_2)} = \\ &= G_y(\omega_1) \frac{S_s(\omega_1)}{S_y(\omega_1)} G_y(\omega_2) \frac{S_s(\omega_2)}{S_y(\omega_2)} G_y^*(\omega_1 + \omega_2) \frac{S_s^*(\omega_1 + \omega_2)}{S_y^*(\omega_1 + \omega_2)}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

где $G_y(\omega)$ — спектр входного сигнала линейного фильтра.

Очевидно, что множители в произведении (3.11) есть спектры сигнала на выходе линейного винеровского фильтра, поэтому его использование в биспектральной области не дает никакого выигрыша в фильтрации при идеальном восстановлении сигнала по биспектру [92].

Вместе с тем биспектр есть двойное фурье-преобразование моментной функции 3-го порядка, в связи с чем для наилучшего воспроизведения биспектра при фильтрации необходимо выбрать критерий минимизации абсолютной ошибки 3-й степени. Далее будет показано, что минимизация ошибки 3-й степени приводит к достижению минимума среднего квадрата ошибки фильтрации полезного сигнала.

Определим импульсную характеристику линейного фильтра, для которого минимизируется абсолютная ошибка третьей степени (критерий LMAT). Центральная моментная функция 3-го порядка ошибки выражается в виде

$$\begin{aligned}
M_3^e(t_1, t_2, t_3) &= m_1 \left\{ (s(t_1) - \hat{s}(t_1))(s(t_2) - \hat{s}(t_2))(s(t_3) - \hat{s}(t_3)) \right\} = \\
&= m_1 \{ s(t_1)s(t_2)s(t_3) - \hat{s}(t_1)\hat{s}(t_2)\hat{s}(t_3) - 3s(t_1)s(t_2)\hat{s}(t_3) + \\
&+ 3s(t_1)\hat{s}(t_2)\hat{s}(t_3) \} = M_3^s(t_1, t_2, t_3) - M_3^{\hat{s}}(t_1, t_2, t_3) - 3M_{12}^{\hat{s}s}(t_1, t_2, t_3) + \\
&+ 3M_{21}^{\hat{s}s}(t_1, t_2, t_3),
\end{aligned} \tag{3.12}$$

где m_1 — математическое ожидание; $M_{12}^{\hat{s}s}$ и $M_{21}^{\hat{s}s}$ — смешанные моментные функции 3-го порядка.

Необходимо найти каждое слагаемое в отдельности (кроме первого), подставив выражение (3.9) в формулу (3.12). Если $w(\tau)$ — оптимальная характеристика, то она обеспечивает наименьшую абсолютную ошибку третьей степени. Введем функцию $g(\tau)$ и с помощью функционального анализа докажем, что предыдущее утверждение действительно верно. Для этого решим неравенство

$$|M_3^e(w + \varepsilon g)| - |M_3^e(w)| \geq 0, \tag{3.13}$$

где ε — любое вещественное число.

Получим

$$M_{12}^{ys}(\tau_1 + \tau, \tau_2 + \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(u)w(v)M_3^y(\tau_1 + u - v, \tau_2 + u - \tau)dudv. \tag{3.14}$$

Соотношение (3.14) для $w(\tau)$ есть необходимое условие для того, чтобы весовая функция обеспечивала минимум абсолютной ошибки третьей степени в классе линейных фильтров [92].

Достаточным условием будет являться равенство нулю абсолютной ошибки третьей степени $M_3^e(\tau_1, \tau_2) = 0$ в выражении (3.13). Тогда при любых значениях ε и при любой $g(\tau)$ будет выполняться неравенство (3.13) и абсолютная ошибка третьей степени всегда будет не меньше, чем при оптимальной $w(\tau)$ [92].

Затем из выражения (3.14) найдем АЧХ фильтра, исключив переменную τ . Для этого необходимо выполнить свертку обеих частей выражения (3.14) с импульсной характеристикой $w(\tau)$. В левой части получается моментная функция 3-го порядка полезного сигнала, в правой — тройная свертка моментной функции 3-го порядка входного сигнала фильтра с импульсной характеристикой $w(\tau)$:

$$M_3^s(\tau_1, \tau_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(u)w(v)w(\tau)M_3^y(\tau_1 + u - v, \tau_2 + u - \tau)dudv d\tau.$$

Проведем двойное преобразование Фурье моментной функции M_3^s [93]:

$$\begin{aligned} S_s(\omega_1, \omega_2) &= 4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M_3^s(\tau_1, \tau_2) e^{-i(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 = \\ &= S_y(\omega_1, \omega_2) W(i\omega_1) W(i\omega_2) W(-i(\omega_1 + \omega_2)). \end{aligned}$$

Коэффициент передачи оптимального (нереализуемого) линейного фильтра по критерию минимума абсолютной ошибки третьей степени приведем в виде [92]

$$W_{opt}(\omega_1, \omega_2) = W(i\omega_1) W(i\omega_2) W(-i(\omega_1 + \omega_2)) = \frac{S_s(\omega_1, \omega_2)}{S_y(\omega_1, \omega_2)}, \quad (3.15)$$

где $S_s(\omega_1, \omega_2)$ и $S_y(\omega_1, \omega_2)$ — биспектры полезного и входного сигналов соответственно.

При независимости сигнала и помехи формулу (3.15) можно преобразовать так:

$$W_{opt}(\omega_1, \omega_2) = \frac{S_s(\omega_1, \omega_2)}{S_s(\omega_1, \omega_2) + S_d(\omega_1, \omega_2)}.$$

С учетом выражения (3.10) биспектр выходного сигнала можно записать в следующем виде:

$$S_s(\omega_1, \omega_2) = S_y(\omega_1, \omega_2) \frac{S_s(\omega_1, \omega_2)}{S_y(\omega_1, \omega_2)} = S_s(\omega_1, \omega_2).$$

Таким образом, биспектр входного сигнала фильтра сначала обеляется, а затем осуществляется оптимальная обработка белого шума для получения оценки биспектра полезного сигнала с нулевой абсолютной ошибкой третьей степени [92].

Если фильтрация производится оптимальным фильтром Винера, то биспектр выходного сигнала

$$S_s(\omega_1, \omega_2) = S_y(\omega_1, \omega_2) \frac{S_s(\omega_1)}{S_y(\omega_1)} \frac{S_s(\omega_2)}{S_y(\omega_2)} \frac{S_s^*(\omega_1 + \omega_2)}{S_y^*(\omega_1 + \omega_2)}. \quad (3.16)$$

В результате факторизации спектральных плотностей в произведение комплексно-сопряженных спектров процессов формула (3.16) преобразуется к виду

$$S_s(\omega_1, \omega_2) = S_y(\omega_1, \omega_2) \frac{G_s(\omega_1)}{G_y(\omega_1)} \frac{G_s^*(\omega_1)}{G_y^*(\omega_1)} \frac{G_s(\omega_2)}{G_y(\omega_2)} \frac{G_s^*(\omega_2)}{G_y^*(\omega_2)} \frac{G_s(\omega_1 + \omega_2)}{G_y(\omega_1 + \omega_2)} \times \\ \times \frac{G_s^*(\omega_1 + \omega_2)}{G_y^*(\omega_1 + \omega_2)} = S_y(\omega_1, \omega_2) \frac{|S_s(\omega_1, \omega_2)|^2}{|S_y(\omega_1, \omega_2)|^2},$$

тогда абсолютная ошибка третьей степени всегда имеет вид

$$\left| \sigma_{\varepsilon \min}^3 \right|_{Wien} = \left| \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(S_s(\omega_1, \omega_2) - \frac{|S_s(\omega_1, \omega_2)|^2}{S_{y^*}(\omega_1, \omega_2)} \right) d\omega_1 d\omega_2 \right| = \\ = \left| \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_s(\omega_1, \omega_2) \left(1 - \frac{S_{s^*}(\omega_1, \omega_2)}{S_{y^*}(\omega_1, \omega_2)} \right) d\omega_1 d\omega_2 \right| \geq 0. \quad (3.17)$$

Анализируя формулу (3.17), можно сделать вывод, что при использовании оптимального коэффициента передачи фильтра Винера минимальная ошибка третьей степени обращается в нуль только тогда, когда биспектры сигнала и помехи не перекрываются. В остальных случаях ошибка отлична от нуля [92]. В то же время при использовании оптимального коэффициента передачи в биспектральной области абсолютная ошибка третьей степени равна нулю.

Для того чтобы определить дисперсию ошибки фильтрации разложим оптимальный коэффициент передачи биспектрального фильтра (см. формулу (3.15)) на комплексные спектры:

$$W_{opt}(\omega_1, \omega_2) = \frac{G_s(\omega_1)}{G_y(\omega_1)} \frac{G_s(\omega_2)}{G_y(\omega_2)} \frac{G_s^*(\omega_1 + \omega_2)}{G_y^*(\omega_1 + \omega_2)}.$$

При идеальном восстановлении спектра по биспектру коэффициент передачи в спектральной области

$$W_{opt}(\omega) = \frac{G_s(\omega)}{G_y(\omega)}.$$

Подставив коэффициент передачи в выражение для дисперсии ошибки фильтрации, находим

$$\sigma_{\varepsilon \min}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(S_s(\omega) - S_y(\omega) \left| \frac{G_s(\omega)}{G_y(\omega)} \right|^2 \right) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(S_s(\omega) - S_y(\omega) \frac{S_s(\omega)}{S_y(\omega)} \right) d\omega = 0.$$

Таким образом, в отличие от фильтра Винера, биспектральный оптимальный фильтр сводит неустранимую дисперсию ошибки к нулю.

Результаты компьютерного моделирования выделения М-последовательности на фоне импульсного (несимметричный телеграфный процесс, сформированный в соответствии с формулой (П1.10)) и гауссова шумов (формула (П1.1)) показаны на рис. 3.5 с использованием алгоритма восстановления фазы (3.7). Винеровская фильтрация в биспектральной области уступает биспектральному оптимальному фильтру по дисперсии ошибки фильтрации не менее чем на 4–5 дБ. Кроме того, фильтрация обычным усреднением биспектров дает выигрыш только в подавлении гауссовского процесса, но не импульсной помехи.

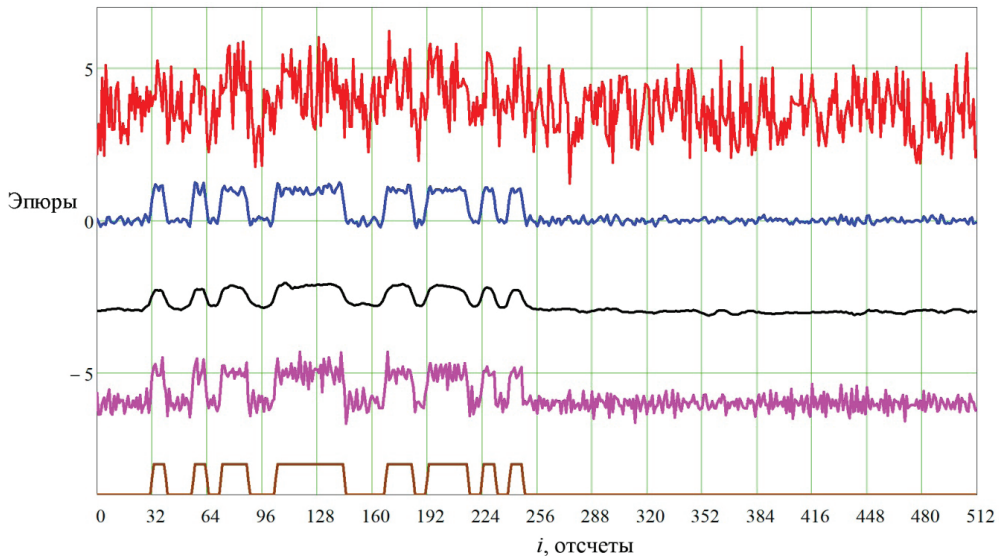


Рис. 3.5. Эпюры зашумленного полезного сигнала на входе (красный) и выходе устройства биспектральной обработки при использовании оптимального фильтра по критерию LMAT (синий; $\sigma_{\varepsilon, LMAT}^2 = -13,8$ дБ) и по критерию LMS (черный; $\sigma_{\varepsilon, LMS}^2 = -9,6$ дБ), при использовании биспектрального усреднения (розовый; $\sigma_{\varepsilon}^2 = -6,0$ дБ), чистого полезного сигнала (коричневый) при $K=200$, $\eta = -5$ дБ (для наглядности эпюры сдвинуты по оси ординат относительно друг друга)

3.3. Адаптивная компенсация негауссовых помех в биспектральной области на фоне широкополосного гауссова шума

Адаптивная фильтрация сигналов при наличии опорного канала является достаточно эффективным способом выделения полезных процессов на фоне различных помех. При этом помехи в опорном канале должны быть некоторым образом коррелированы с помехами в смеси с сигналом.

Адаптация может быть с обратной связью или без обратной связи. Процесс адаптации без обратной связи состоит из измерений параметров входного сигнала, которые затем используются для настройки адаптивной системы. При обратной связи, помимо измерений характеристик входного сигнала, оцениваются параметры выходного сигнала в целях оптимизации адаптивной системы по различным критериям, самым распространенным из которых является средний квадрат ошибки воспроизведения сигнала на выходе адаптивной системы. Структурная схема адаптивной системы изображена на рис. 3.6 и называется адаптивным компенсатором Уидроу [11].

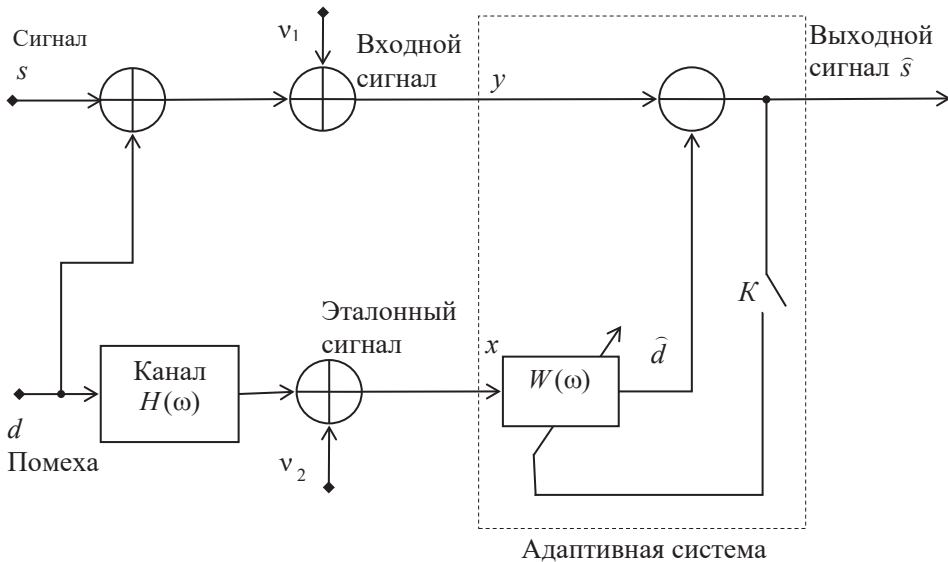


Рис. 3.6. Структурная схема адаптивной системы (компенсатор Уидроу)

Адаптивную систему можно реализовать как с обратной связью, так и без нее, разорвав ключом K соединение выхода со входом управления адаптивным фильтром. Однако если ставится целью получение гарантированной мгновенной сходимости без каких-либо ограничений, то предпочтительнее использовать схему без обратной связи.

В этом случае адаптивную фильтрацию целесообразно реализовать в спектральной области, синтезировав оптимальный коэффициент передачи адаптивного фильтра по критерию наименьших средних квадратов:

$$W_{opt}(\omega) = \frac{S_{xy}(\omega)}{S_x(\omega)}, \quad (3.18)$$

где $S_{xy}(\omega)$ — взаимная спектральная плотность мощности входного и эталонного сигналов адаптивной системы; $S_x(\omega)$ — спектральная плотность мощности эталонного сигнала адаптивной системы.

Адаптивный фильтр оптимально (по критерию LMS) выделяет помеху d в опорном канале на фоне широкополосной помехи v_1 и является винеровским. Если в каналах действует взаимно некоррелированный широкополосный гауссов шум v_1 и v_2 , то он значительно снижает эффективность фильтрации на выходе адаптивной системы. При этом не играет особой роли схемная реализация (с обратной связью или без нее).

Учитывая равенство нулю биспектра помех с гауссовским распределением, целесообразно исследовать работу адаптивной системы в биспектральной области. Тогда биспектр входного и эталонного сигналов можно представить в виде

$$S_y(\omega_1, \omega_2) = S_s(\omega_1, \omega_2) + S_d(\omega_1, \omega_2), \quad (3.19)$$

$$S_x(\omega_1, \omega_2) = S_d(\omega_1, \omega_2)H(\omega_1)H(\omega_2)H^*(\omega_1 + \omega_2), \quad (3.20)$$

где $S_s(\omega_1, \omega_2)$ и $S_d(\omega_1, \omega_2)$ — биспектры полезного сигнала и помехи соответственно.

Таким образом, адаптивная фильтрация в биспектральной области выполняется без влияния на нее широкополосного гауссова шума в каналах.

Синтезируем коэффициент передачи адаптивного фильтра в биспектральной области. В предыдущей подглаве было показано, что наилучшее воспроизведение биспектра производится по критерию наименьшей абсолютной ошибки 3-й степени.

С учетом выражения (3.14) запишем моментные функции входного и эталонного сигналов адаптивной системы M_{21}^{xy} и M_{12}^{xy} , обнулив при этом не участвующие в интегрировании переменные (считаем процессы стационарными):

$$M_{21}^{xy}(\tau_1, \tau_2) = \int_{-\infty}^{\infty} w(\tau) M_3^x(\tau_1, \tau_2 - \tau) d\tau, \quad (3.21)$$

$$M_{12}^{xy}(\tau_1, \tau_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(u) w(v) M_3^x(\tau_1 + u - v, \tau_2 + u) du dv, \quad (3.22)$$

где w — импульсная характеристика адаптивного фильтра.

Проведем двойное преобразование Фурье смешанных моментных функций (3.21) и (3.22):

$$S_{xy}(\omega_1, \omega_2) = 4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M_{21}^{xy}(\tau_1, \tau_2) e^{-i(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 = S_x(\omega_1, \omega_2) W(i\omega_2), \quad (3.23)$$

$$S_{yx}(\omega_1, \omega_2) = 4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M_{12}^{xy}(\tau_1, \tau_2) e^{-i(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 = S_x(\omega_1, \omega_2) W(i\omega_1) \times \\ \times W(-i(\omega_1 + \omega_2)). \quad (3.24)$$

Из выражений (3.23) и (3.24) получаем оптимальную передаточную функцию адаптивного фильтра в биспектральной области

$$W_{opt}(\omega_1, \omega_2) = W(i\omega_1) W(i\omega_2) W(-i(\omega_1 + \omega_2)) = \frac{S_{xy}(\omega_1, \omega_2) S_{yx}(\omega_1, \omega_2)}{S_x(\omega_1, \omega_2) S_x(\omega_1, \omega_2)}, \quad (3.25)$$

тогда оценка помехи на выходе адаптивного фильтра в биспектральной области с учетом независимости сигнала и помехи и выражений (3.19) и (3.20) примет вид

$$S_d(\omega_1, \omega_2) = S_x(\omega_1, \omega_2) \frac{S_{xy}(\omega_1, \omega_2) S_{yx}(\omega_1, \omega_2)}{S_x(\omega_1, \omega_2) S_x(\omega_1, \omega_2)} = \\ = \frac{G_d(\omega_1) H(\omega_1) G_d(\omega_2) H(\omega_2) G_d^*(\omega_1 + \omega_2)}{S_d(\omega_1, \omega_2) H(\omega_1) H(\omega_2) H^*(\omega_1 + \omega_2)} \times \\ \times G_d(\omega_1) G_d(\omega_2) G_d^*(\omega_1 + \omega_2) H^*(\omega_1 + \omega_2) = \frac{S_d(\omega_1, \omega_2) S_d(\omega_1, \omega_2)}{S_d(\omega_1, \omega_2)} \times \\ \times \frac{H(\omega_1) H(\omega_2) H^*(\omega_1 + \omega_2)}{H(\omega_1) H(\omega_2) H^*(\omega_1 + \omega_2)} = S_d(\omega_1, \omega_2),$$

где $G_d(\omega)$ — комплексный фурье-спектр процесса d .

Следовательно, при адаптации по критерию LMAT на выходе фильтра биспектр помехи наилучшим образом воспроизводится, что приводит к ее полной компенсации адаптивной системой. При этом при бесконечно большом количестве усреднений биспектров отсутствует влияние гауссова шума в каналах компенсатора.

Структурная схема адаптивного компенсатора помех в биспектральной области изображена на рис. 3.7.

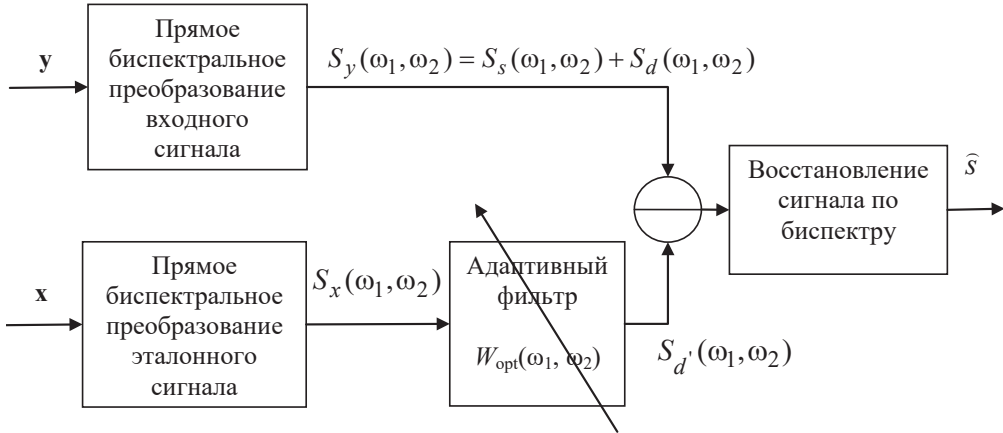


Рис. 3.7. Структурная схема адаптивного компенсатора в биспектральной области

Импульсная характеристика тракта, через который проходит помеха в опорный канал, аппроксимируется гауссовским фильтром с параметрами

$$h(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(\tau-2)^2}{2\sigma^2}\right\}, \text{ где } \sigma = \frac{\sqrt{\ln 2}}{0,04\pi}.$$

Результаты с реально восстановленной фазой сигнала по алгоритму (3.7) получены с М-последовательностью (алгоритм на рис. П1.6) и двумя типами помех — широкополосной помехи с гамма-распределением и узкополосной негауссовой помехи, сформированными по алгоритмам на рис. П1.5 и П1.3 соответственно.

На рис. 3.8 и 3.9 показаны эпюры и спектральные плотности процессов с влиянием некоррелированных шумов при отношении сигнал—шум 10 дБ. По ним можно сделать вывод о том, что компенсатор в биспектральной области работоспособен при выделении импульсного сигнала на фоне помехи с несимметричным распределением и любой шириной полосы (широкополосная или узкополосная) и взаимно некоррелированным гауссовым шумом в каналах компенсатора.

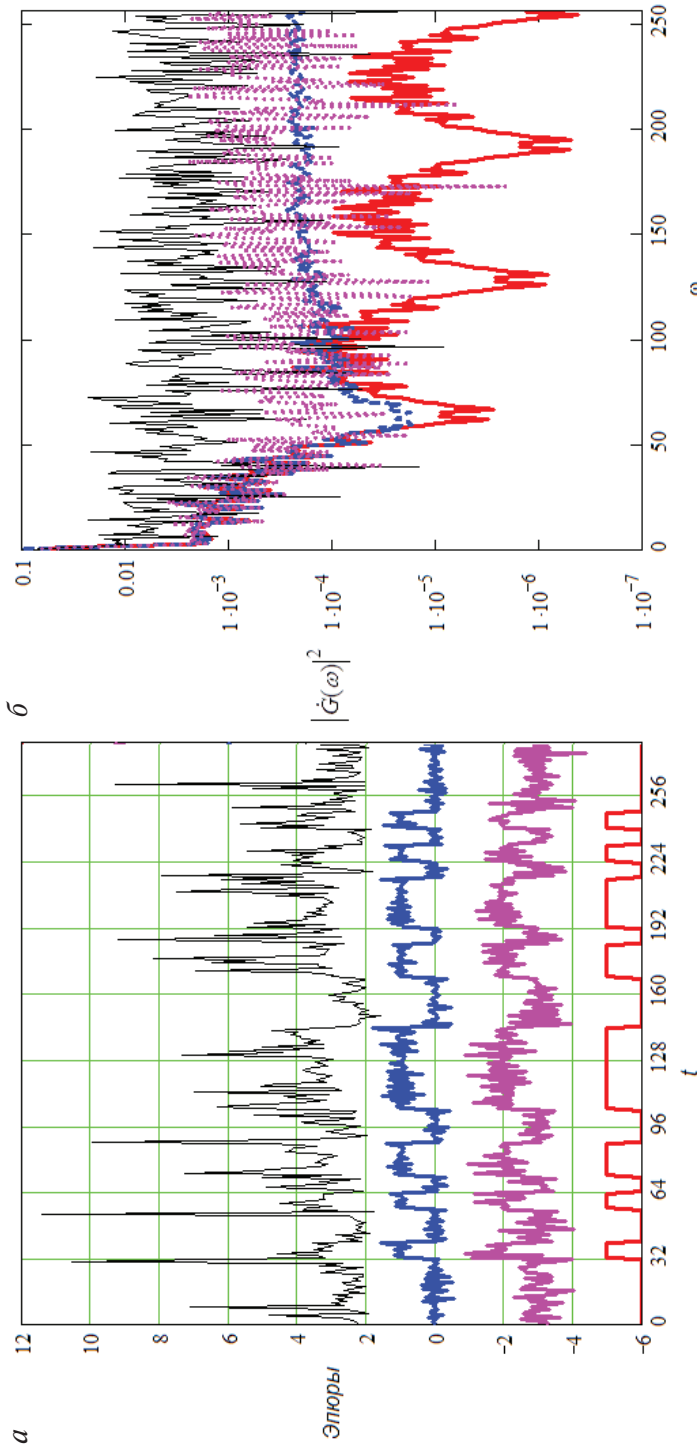


Рис. 3.8. Результаты эксперимента при $K = 1000$ и отношении сигнал–помеха $\eta = -10$ дБ: a — эпюры; b — спектральные плотности мощности зашумленного полезного сигнала на входе (черный) и выходе устройства биспектральной обработки (синий) и винеровского фильтра (розовый), чистого полезного сигнала (красный) (помеха широкополосная с гамма-распределением; некоррелированный шум в каналах присутствует; $\sigma_{e,LMST}^2 = -6,5$ дБ; $\sigma_{e,LMST}^2 = -0,8$ дБ)

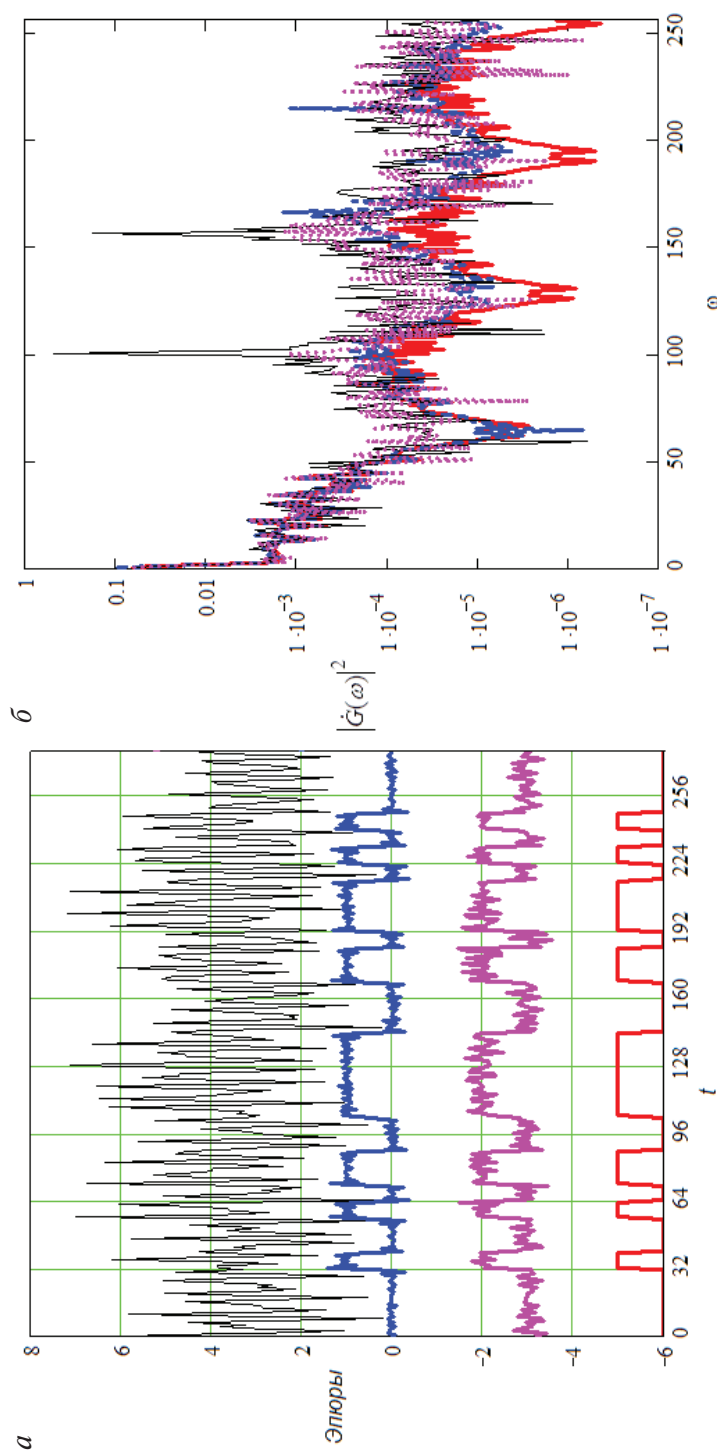


Рис. 3.9. Результаты эксперимента при $K = 1000$ и отношении сигнал–помеха $\eta = -10$ дБ: a — эпюры; b — спектральные плотности мощности зашумленного полезного сигнала на входе (черный) и выходе устройства биспектральной обработки (синий) и винеровского фильтра (розовый), чистого полезного сигнала (красный) (помеха узкополосная с негауссовским распределением; некоррелированный шум в каналах присутствует; $\sigma_{\epsilon, LMS}^2 = -11,7$ дБ; $\sigma_{\epsilon, LMS}^2 = -7,8$ дБ)

Работоспособность компенсатора сохраняется при произвольном распределении помехи и любой форме полезного сигнала, а также дает меньшую дисперсию ошибки фильтрации сигнала (на 4–6 дБ) в сравнении с классической схемой, в которой используется в опорном канале фильтр Винера.

3.4. Согласованная фильтрация в биспектральной области по критерию максимизации отношения абсолютных значений моментов 3-го порядка сигнала и помехи

В предыдущих подглавах было показано, что свойства биспектрального преобразования позволяют, во-первых, бороться с непрерывными гауссовскими или симметричными импульсными процессами, а во-вторых, быть инвариантными к сдвигу полезного сигнала. Последние 20 лет стали проводиться исследования по использованию т. н. биспектрально-организованных сигналов [94–99], в которых используется триплет для переноса информации.

Пусть l -триплет выражается следующим образом [94]:

$$g_l(t) = \sum_{k=1}^3 2A_k^l \cos(2\pi F_k^l + \varphi_k^l), \quad 1 \leq l \leq N,$$

где A_k^l — амплитуды гармонических составляющих триплета; F_3^l — частоты гармоник триплета, $F_3^l = F_1^l + F_2^l$; φ_1^l, φ_2^l — независимые равномерно распределенные в интервале $[-\pi; \pi]$ случайные фазы; $\Psi^l = \varphi_1^l + \varphi_2^l - \varphi_3^l$ — бифаза l -триплета.

Таким образом, триплет представляет собой сумму трех попарно независимых (но зависимых в совокупности) квазидетерминированных гармонических сигналов. Он обеспечивает гармоническую связность всех трех составляющих по частоте и фазе. Соответственно несвязность этих составляющих, относящихся к другим триплетам, гарантирует однозначность распознавания биспектрально-организованного сигнала.

Биспектр триплета изображен на рис. 3.10, а его формульное представление выражается как

$$S(f_1, f_2) = A_1 A_2 A_3 e^{i\Psi} \delta(f_1 - F_1) \delta(f_2 - F_2),$$

где Ψ — фазовый биспектр (бифаза) триплета; F_1, F_2 — бичастота триплета; δ — дельта-функция.

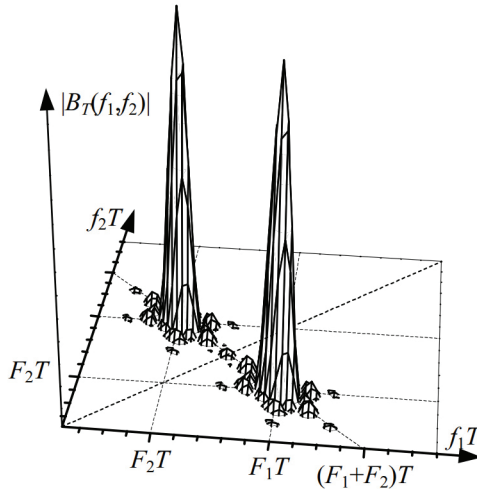


Рис. 3.10. Амплитудный биспектр триплета при конечной длительности T [95]

Он имеет симметричный характер, его пики с бичастотами (F_1, F_2) и (F_2, F_1) расположены равноотстоящими от гипотенузы треугольников, составляющих все пространство частот.

Вообще говоря, основные параметры триплета (амплитуды, частоты, фазы) можно использовать для переноса полезной информации. Если сообщение модулирует амплитуды триплетов, то модуляция называется биамплитудная, если фазы, то — бифазовая, если частоты, то — бичастотная.

Проведем синтез оптимального приемника (фильтра) биспектрально-организованных сигналов по критерию максимизации отношения абсолютных значений моментов 3-го порядка сигнала и помехи. Упростим задачу и решим для помехи с симметричным распределением, когда ее третий момент при бесконечном усреднении биспектра стремится к нулю. Поэтому будем искать условия максимизации только абсолютного значения момента 3-го порядка сигнала.

Запишем моментную функцию 3-го порядка сигнала¹⁷ на выходе оптимального фильтра через двойное обратное преобразование Фурье биспектра:

¹⁷ При условии, что он имеет нулевое математическое ожидание.

$$M_3^s(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_s(\omega_1, \omega_2) e^{i(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2)} d\omega_1 d\omega_2, \quad (3.26)$$

где $S_s(\omega_1, \omega_2)$ — биспектр сигнала.

Выразим модуль момента 3-го порядка выходного сигнала через биспектры входного сигнала и передаточной функции фильтра с учетом выражения (3.26):

$$|M_3^s| = \frac{1}{(2\pi)^2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_s(\omega_1, \omega_2) W(\omega_1, \omega_2) d\omega_1 d\omega_2 \right|. \quad (3.27)$$

Для дальнейших преобразований представим неравенство Буняковского для двойных интегралов [100] комплексных функций:

$$\left(\iint_D f^*(x, y) g(x, y) dx dy \right)^2 \leq \iint_D |f(x, y)|^2 dx dy \iint_D |g(x, y)|^2 dx dy, \quad (3.28)$$

причем равенство достигается при $f^*(x, y) = g(x, y)$. Значит, поставив выражение (3.27) в неравенство (3.28), получим

$$\begin{aligned} |M_3^s| &= \frac{1}{(2\pi)^2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_s(\omega_1, \omega_2) W(\omega_1, \omega_2) d\omega_1 d\omega_2 \right| \leq \frac{1}{(2\pi)^2} \times \\ &\times \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |S_s(\omega_1, \omega_2)|^2 d\omega_1 d\omega_2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |W(\omega_1, \omega_2)|^2 d\omega_1 d\omega_2}. \end{aligned}$$

Максимальное значение модуля момента 3-го порядка достигается при биспектральной характеристике фильтра $W(\omega_1, \omega_2) = S_s^*(\omega_1, \omega_2)$, т. е. когда фильтр согласован с биспектром входного сигнала:

$$\begin{aligned} |M_3^s|_{\max} &= \frac{1}{(2\pi)^2} \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |S_s(\omega_1, \omega_2)|^2 d\omega_1 d\omega_2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |S_s(\omega_1, \omega_2)|^2 d\omega_1 d\omega_2} = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |S_s(\omega_1, \omega_2)|^2 d\omega_1 d\omega_2. \end{aligned}$$

Если распределение помехи несимметричное, то запишем модуль момента 3-го порядка помехи, проходящей через согласованный биспектральный фильтр:

$$|M_3^d| = \frac{1}{(2\pi)^2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_d(\omega_1, \omega_2) S_s^*(\omega_1, \omega_2) d\omega_1 d\omega_2 \right|. \quad (3.29)$$

Очевидно, что минимизация момента (3.29) достигается при полном неперекрывании биспектров сигнала и помехи. Это справедливо при узкополосных сигнале и помехе. Рассмотрим 3 случая при перекрывании биспектров сигнала и помехи с произвольным распределением:

1) помеха и сигнал широкополосные (во всей полосе биспектра), имеют равномерный биспектр S_{0s} и S_{0d} соответственно;

2) сигнал узкополосный, помеха широкополосная (во всей полосе биспектра) с равномерным биспектром S_{0d} ;

3) сигнал широкополосный (во всей полосе биспектра) с равномерным биспектром S_{0s} , помеха узкополосная.

Отношение модулей моментов 3-го порядка сигнала и помехи на выходе согласованного биспектрального фильтра в первом случае можно записать так:

$$\frac{|M_3^s|}{|M_3^d|} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{0s}^2 d\omega_1 d\omega_2}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{0d} S_{0s} d\omega_1 d\omega_2} = \frac{\Omega_{1\max} \Omega_{2\max} S_{0s}}{\Omega_{1\max} \Omega_{2\max} S_{0d}} = \frac{S_{0s}}{S_{0d}},$$

где $\Omega_{1\max}$ и $\Omega_{2\max}$ — максимальные значения частот биспектра.

Во втором случае возьмем в качестве полезного сигнала триплет, тогда отношение модулей моментов 3-го порядка сигнала и помехи будет иметь вид

$$\frac{|M_3^s|}{|M_3^d|} = \frac{(A_1 A_2 A_3)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\delta(\omega_1 - \omega_{01}, \omega_2 - \omega_{02})|^2 d\omega_1 d\omega_2}{A_1 A_2 A_3 S_{0n} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\omega_1 - \omega_{01}, \omega_2 - \omega_{02}) d\omega_1 d\omega_2} = \frac{A_1 A_2 A_3}{S_{0n}},$$

где ω_{01} и ω_{02} — частоты триплета.

Для третьего случая отношение модулей моментов 3-го порядка сигнала и помехи (дельта-функция со значением S_{0d}) выражается как

$$\frac{|M_3^s|}{|M_3^d|} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{0s}^2 d\omega_1 d\omega_2}{S_{0d} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\omega_1 - \omega_{01}, \omega_2 - \omega_{02}) S_s^*(\omega_1, \omega_2) d\omega_1 d\omega_2} = \frac{\Omega_{1\max} \Omega_{2\max} S_{0s}}{S_{0d}}.$$

Если биспектр сигнала и помехи широкополосные, то уровень биспектра сигнала должен быть как можно выше уровня биспектра помехи. Тот же самый вывод можно сделать для второго случая. Третий случай дает максимальный выигрыш, который зависит не только от отношения уровней биспектров сигнала и помехи, но и от размерности биспектра сигнала. Таким образом, при согласованной фильтрации в биспектральной области наименее опасными являются узкополосные помехи, наиболее опасными — помехи, сравнимые по биспектру с сигналом.

Универсальный приемник, оптимальный по критерию максимизации момента 3-го порядка на его выходе можно построить по следующему алгоритму. После быстрого прямого преобразования Фурье входного сигнала вычисляется его биспектр. Заранее находится комплексно-сопряженный биспектр обнаруживаемого сигнала, который умножается на биспектр входного сигнала. Затем результат суммируется по всем частотам и сравнивается с порогом. Грубая оценка порога может быть найдена как

$$U_{\Pi} \approx \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |S_s(\omega_1, \omega_2)|^2 d\omega_1 d\omega_2.$$

Решение принимается в пользу «1», если результат превышает или равен порогу, иначе — «0». Алгоритм оптимального приема сигналов с биамплитудной модуляцией графически изображен на рис. 3.11. Для бичастотной или бифазовой модуляции в схему на рис. 3.11 добавляются идентичные каналы демодуляции с разными опорными сигналами с соответствующими значениями бичастоты или бифазы.

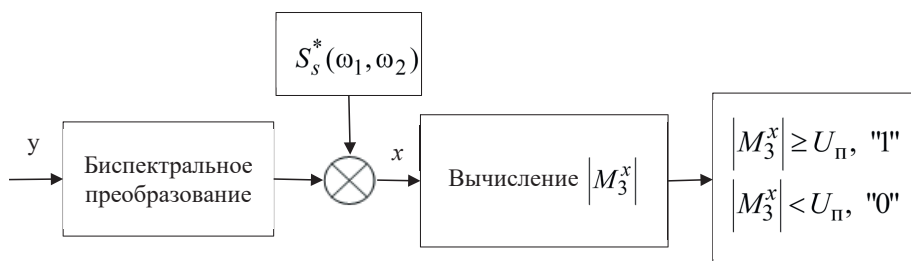


Рис. 3.11. Структурная схема оптимального фильтра (по критерию максимизации отношения абсолютных значений моментов 3-го порядка сигнала и помехи)

Результаты моделирования с применением биспектрально-организованных сигналов с биамплитудной модуляцией для трех указан-

ных случаев изображены на рис. 3.12. В качестве широкополосных сигналов применялись модулирующие триплет коды Уолша 4- и 8-го порядков, узкополосного — модулированный импульсом большой длительности (на 10 % меньше периода наблюдения) триплет; широкополосной помехи — БГШ (для 1-го случая) и шум с равномерным распределением (для 2-го случая), узкополосной — триплет. Имитировалась многоканальная передача: каждый код или триплет передавались на своей частоте, но сообщение для всех каналов одинаковое (для исключения межканальных помех) — цифровая последовательность, состоящая из равновероятных нулей и единиц.

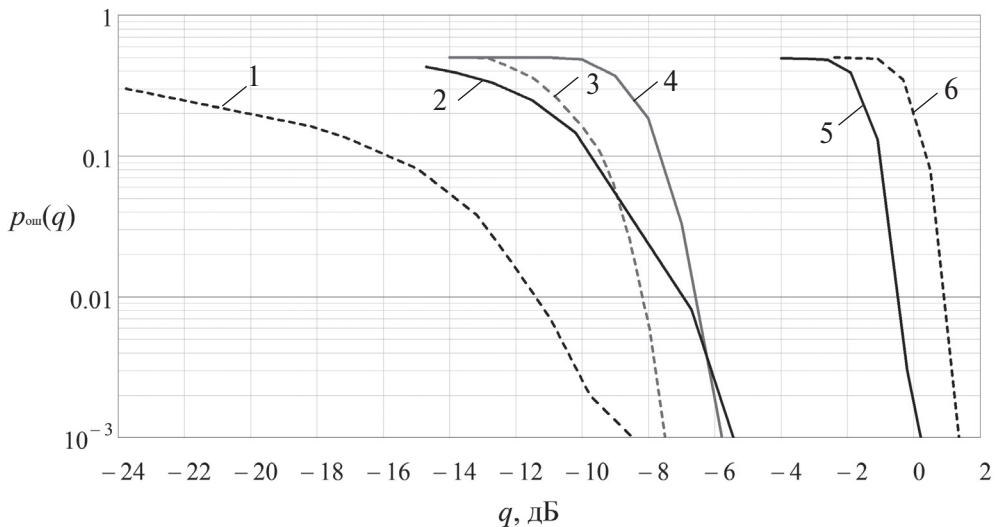


Рис. 3.12. Зависимость вероятности ошибки от отношения сигнал—шум q для 1-го случая (линии 3, 4), 2-го случая (линии 5, 6), 3-го случая (линии 1, 2):
 ----- — зависимости для 8-канальной передачи, — — — — для 4-канальной передачи

Симметричное распределение помехи выбрано для получения предельных характеристик демодулятора. Длительность элементарной посылки кода Уолша — 45 отсчетов (для 4-разрядных кодов), 64 отсчета (для 8-разрядных кодов); период наблюдения — 512 отсчетов для 4-разрядных кодов, 1024 отсчета — для 8-разрядных кодов.

Результаты моделирования подтверждают тезис о том, что наиболее сложным для обработки является прием узкополосного сигнала на фоне широкополосной помехи. Если сигнал широкополосный, то, увеличивая его базу, можно добиться снижения вероятности ошибки.

В частности, при сравнении передачи 4- и 8-разрядных кодов вероятность ошибки для последних (например, в точке $q = -12$ дБ) уменьшается в 20 раз, что подтверждает теоретические выкладки.

3.5. Эвристический метод обнаружения импульсного сигнала на фоне помех с симметричным (гауссовским) распределением с использованием статистик высших порядков

Статистиками высших порядков обычно называют моменты или кумулянты 3-го и более высоких порядков. Пусть статистика является случайной величиной, плотность вероятности которой при большом числе отсчетов полезного сигнала асимптотически (согласно центральной предельной теореме) стремится к нормальному закону распределения.

В [101] на основании теории статистических решений рассмотрена задача обнаружения детерминированного сигнала, наблюдаемого на фоне помех, с использованием тестовых статистик 3-го порядка и предложены разные варианты формирования тестовых статистик обнаружения в виде пиковых значений моментных функций 3-го порядка. В то же время в этих алгоритмах по критерию идеального наблюдателя используется порог, зависящий от параметров помех.

Более гибкой статистикой, не подверженной указанным ограничениям, является кумулянт. Кумулянт в сравнении с моментом является удобным инструментом оценки распределений, т. к. в отношении, например, гауссовских процессов кумулянтами 3-го и более порядков можно пренебрегать, а для симметричных распределений кумулянты нечетного порядка обращаются в нуль (вне зависимости от среднего значения). Кроме того, кумулянт инвариантен к переносу начала отсчета, что делает его робастным по отношению к сдвигам полезного сигнала.

Известно, что кумулянты суммы независимых случайных величин являются суммой кумулянтов этих величин [102], поэтому кумулянт n -порядка¹⁸ входного сигнала обнаружителя можно представить в виде

¹⁸ Здесь и далее предполагается, что порядок равен трем и более.

$$\kappa_n^y = \kappa_n^s + \kappa_n^d, \quad (3.30)$$

где κ_n^s — n -кумулянт полезного сигнала; κ_n^d — n -кумулянт помехи.

Рассмотрим в общем виде метод обнаружения любого (детерминированного или случайного с несимметричным распределением) сигнала с использованием статистики (см. формулу (3.30)) и выражения

$$\frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \kappa_n^{(k)} \geq U_n, \quad (3.31)$$

где $\kappa_n^{(k)}$ — k -оценка кумулянта; K — число усреднений кумулянтных статистик; U_n — порог.

Распределение кумулянтной статистики неизвестно, но в силу центральной предельной теоремы статистика в левой части выражения (3.31) асимптотически нормальна с математическим ожиданием κ_n^d и дисперсией $\sigma_{\kappa_n^d}^2$ при отсутствии сигнала, а также математическим ожиданием $\kappa_n^s + \kappa_n^d$ и дисперсией $\sigma_{\kappa_n^{s+d}}^2$ при наличии сигнала. По сути, производится оценка случайной величины, состоящей из суммы независимых случайных составляющих, распределенных по закону Гаусса.

Запишем условные плотности вероятности оценки n -кумулянта выходного сигнала обнаружителя:

- сигнал есть

$$D(\kappa_n | s + d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi[\sigma_{\kappa_n^s}^2 + \sigma_{\kappa_n^d}^2]}} \exp \left[-\frac{(\kappa_n - \kappa_n^s - \kappa_n^d)^2}{2\sigma_{\kappa_n^{s+d}}^2} \right];$$

- сигнала нет

$$D(\kappa_n | d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\kappa_n^d}} \exp \left[-\frac{(\kappa_n - \kappa_n^d)^2}{2\sigma_{\kappa_n^d}^2} \right].$$

Вероятности ложной тревоги

$$p_{\text{лт}} = \int_{U_n}^{\infty} D(\kappa_n | d) d\kappa_n = 1 - \Phi \left(\frac{U_n - \kappa_n^d}{\sigma_{\kappa_n^d}} \right)$$

и пропуска сигнала

$$p_{\text{пс}} = \int_{-\infty}^{U_n} D(\kappa_n | s + d) d\kappa_n = \Phi \left(\frac{U_n - \kappa_n^s - \kappa_n^d}{\sigma_{\kappa_n^{s+d}}} \right).$$

Найдем оптимальный порог, минимизирующий среднюю вероятность ошибки. Допустим, обрабатывается импульсный сигнал детерминированной амплитуды, но со случайным временем появления на очень короткое время, т. е. с высокой скважностью Q_{\max} . Тогда оценка дисперсии кумулянта при наличии сигнала примерно равна дисперсии кумулянта в отсутствии сигнала. Окончательно получаем порог

$$\lim_{Q \rightarrow Q_{\max}} U_{\Pi} \approx \kappa_n^d + \frac{\kappa_n^s}{2}. \quad (3.31)$$

Оценка средней вероятности ошибки (1.9) выражается как

$$p_{\text{ош}}(q) \approx \frac{1}{2} \left(1 - \Phi \left(\frac{\kappa_n^s}{2\sigma_{\kappa_n^d}} \right) + \Phi \left(-\frac{\kappa_n^s}{2\sigma_{\kappa_n^d}} \right) \right) = 1 - \Phi \left(\frac{\kappa_n^s}{2\sigma_{\kappa_n^d}} \right).$$

Подведем итог для используемых статистик в виде кумулянта нечетного порядка и помех, обладающих симметричным распределением. Порог (3.31) не зависит от характеристик помехи и равен половине n -кумулянта полезного сигнала. Если сигнала в смеси с помехой нет, то $m_1(\kappa_n^y) = 0$, а при появлении сигнала $m_1(\kappa_n^y) = \kappa_n^s$.

Независимость порога от характеристик помех при четных кумулянтах возможна только для гауссовых помех. Среднее значение оценки кумулянта входного процесса в отсутствие сигнала равно нулю, а в присутствии — кумулянту сигнала.

Оценим кумулянты 3- и 4-го порядка через моменты [102]:

$$\kappa_3 = m_3 - 3m_1m_2 + 2m_1^3,$$

$$\kappa_4 = m_4 - 4m_3m_1 - 3m_2^2 + 12m_2m_1^2 - 6m_1^4.$$

Дисперсия оценки кумулянтов 3- и 4-го порядка [103]:

$$\sigma_{\kappa_3}^2 = \frac{1}{T_{\Pi}} (\kappa_6 + 9\kappa_4\kappa_2 + 9\kappa_3^2 + 6\kappa_2^3),$$

$$\sigma_{\kappa_4}^2 = \frac{1}{T_{\Pi}} (\kappa_8 + 16\kappa_6\kappa_2 + 48\kappa_5\kappa_3 + 34\kappa_4^2 + 72\kappa_4\kappa_2^2 + 144\kappa_3^2\kappa_2 + 24\kappa_2^4),$$

тогда как среднее значение кумулянтов равно истинному его значению.

Для упрощения в качестве статистики возьмем модуль кумулянта. Тогда средняя вероятность ошибки при приеме детерминированного импульса с амплитудой σ_s и скважностью Q на фоне гауссова шума с СКО σ_d (рис. 3.13):

- для кумулянта 3-го порядка

$$p_{\text{ош}}(q) \approx 1 - \Phi \left(\sqrt{\frac{q^3 T_n}{6}} \left| \frac{Q^2 - 3Q + 2}{Q^3} \right| \right); \quad (3.32)$$

- для кумулянта 4-го порядка

$$p_{\text{ош}}(q) \approx 1 - \Phi \left(\sqrt{\frac{q^4 T_n}{24}} \left| \frac{Q^3 - 7Q^2 + 12Q - 6}{Q^4} \right| \right),$$

где $q = \sigma_s^2 / \sigma_d^2$.

Полученные выражения для вероятностей ошибок могут служить нижней границей оценки характеристик обнаружения на основе кумулянтов высших порядков. Хорошее приближение теоретических формул к моделируемым результатам получается при больших периодах наблюдения и высоких скажностях.

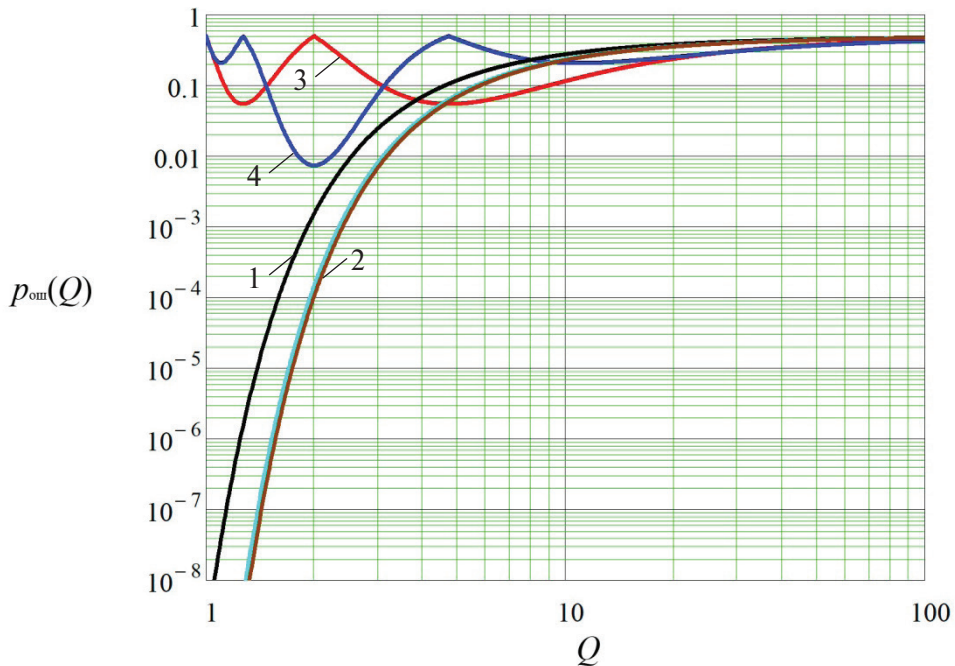


Рис. 3.13. Зависимость средней вероятности ошибки от скажности импульса при использовании в качестве алгоритмов: знакового (линия 1), знаково-рангового (линия 2), на основе статистики кумулянтов 3-го порядка (линия 3) и 4-го порядка (линия 4) (кривые построены с параметрами $q = 7,4$ дБ и $T_n = 40$; $K = 1$)

Найдем коэффициент асимптотической относительной эффективности (КАОЭ) кумулянтного обнаружителя 3- и 4-го порядков в сравнении с линейным обнаружителем. Для этого приравняем вероятности правильного обнаружения сигналов для различных слепых алгоритмов, выведенных из выражений (1.17) и (3.32), а затем найдем отношения предельных значений времени наблюдения:

- кумулянт 3-го порядка

$$\Phi\left(\sqrt{\frac{q^3 T_{\text{нк3}}}{24}} \left| \frac{Q^2 - 3Q + 2}{Q^3} \right| \right) = \Phi\left(\frac{\sqrt{q T_{\text{н.л}}}}{2Q}\right), \quad (3.33)$$

$$\text{КАОЭ}_3 = \frac{T_{\text{н.л}}}{T_{\text{нк3}}} = \frac{q^2 (Q^2 - 3Q + 2)^2}{6 Q^4},$$

где $T_{\text{н.л}}$ — период наблюдения для линейного алгоритма; $T_{\text{нк3}}$ — период наблюдения для кумулянтного обнаружения 3-го порядка;

- кумулянт 4-го порядка

$$\Phi\left(\sqrt{\frac{q^4 T_{\text{нк4}}}{96}} \left| \frac{Q^3 - 7Q^2 + 12Q - 6}{Q^4} \right| \right) = \Phi\left(\frac{\sqrt{q T_{\text{н.л}}}}{2Q}\right), \quad (3.34)$$

$$\text{КАОЭ}_4 = \frac{T_{\text{н.л}}}{T_{\text{нк4}}} = \frac{q^3 (Q^3 - 7Q^2 + 12Q - 6)^2}{24 Q^6},$$

где $T_{\text{нк4}}$ — период наблюдения для кумулянтного обнаружения 4-го порядка.

Зависимости (3.33) и (3.34) приведены на рис. 3.14. Они зависят, во-первых, от отношения сигнал—шум, а во-вторых, от скважности импульсов. Например, при $q = 10$ дБ метод на основе кумулянтных статистик высших порядков в пределе эффективнее линейного алгоритма при скважностях более трех (для кумулянта 3-го порядка) и более шести (для кумулянта 4-го порядка).

Предельные значения эффективности при больших скважностях ограничиваются соответственно значениями $\text{КАОЭ}_{3\text{max}} = q^2/6$ и $\text{КАОЭ}_{4\text{max}} = q^3/24$.

Реализация алгоритмов на основе высших порядков выполнена в схемах на рис. 3.15 и 3.16. Сравнительные характеристики для пяти алгоритмов (линейного, знакового, знаково-рангового, статистик на основе кумулянтов 3-и 4-го порядков) изображены на рис. 3.17 и 3.18.

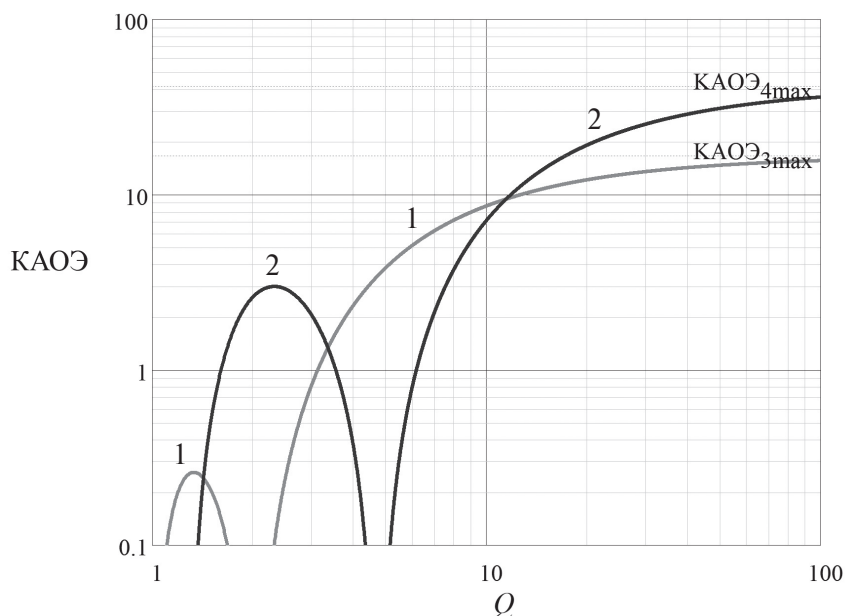


Рис. 3.14. Зависимость коэффициента асимптотической относительной эффективности от скажности импульса при использовании в качестве статистики кумулянтов 3-го порядка (линии 1) и 4-го порядка (линии 2) ($q = 10$ дБ; $K = 1$)

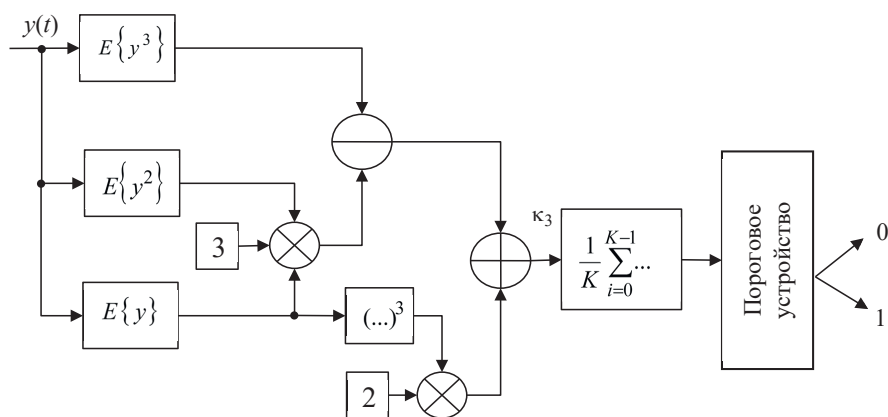


Рис. 3.15. Обнаружитель бинарного сигнала на фоне симметричной помехи 3-го порядка (K — период нормализации кумулянтной статистики или число усреднений кумулянтов)

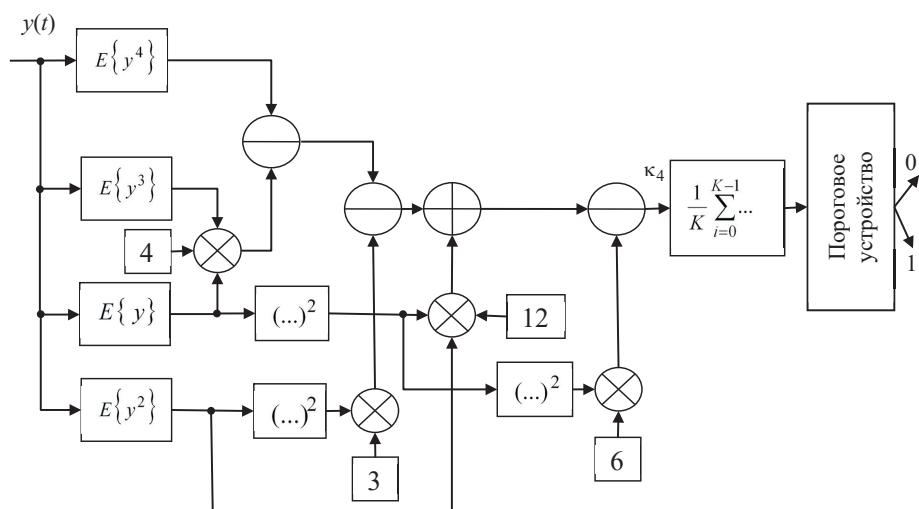


Рис. 3.16. Обнаружитель бинарного сигнала на фоне гауссовой помехи 4-го порядка (K — период нормализации кумулянтной статистики или количество усреднений кумулянтов)

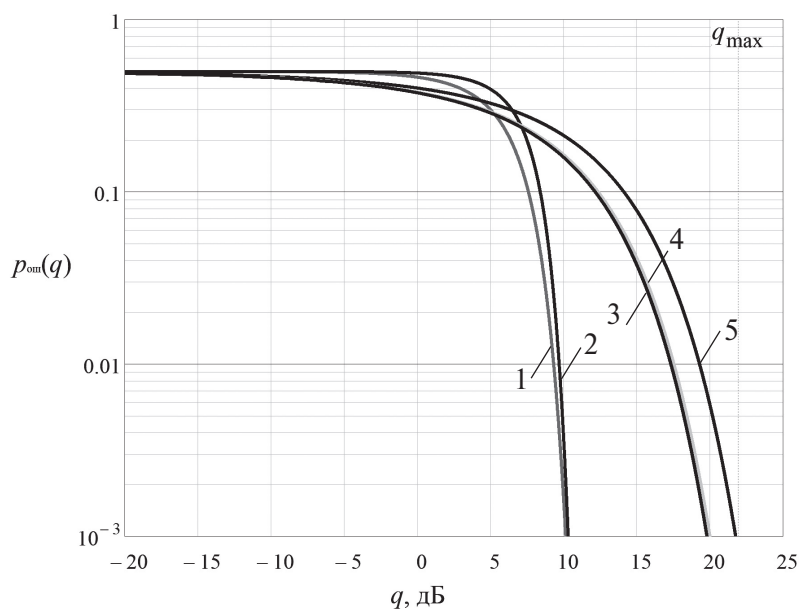


Рис. 3.17. Зависимость средней вероятности ошибки от отношения мощности сигнал—помеха при использовании алгоритмов: линейного (линия 3), знакового (линия 5), знаково-рангового (линия 4), на основе кумулянтов 3-го порядка (линия 1) и 4-го порядка (линия 2) (кривые построены с параметрами $Q = 10$ и $T_n = 40$ для гауссовой помехи, $K = 1$)

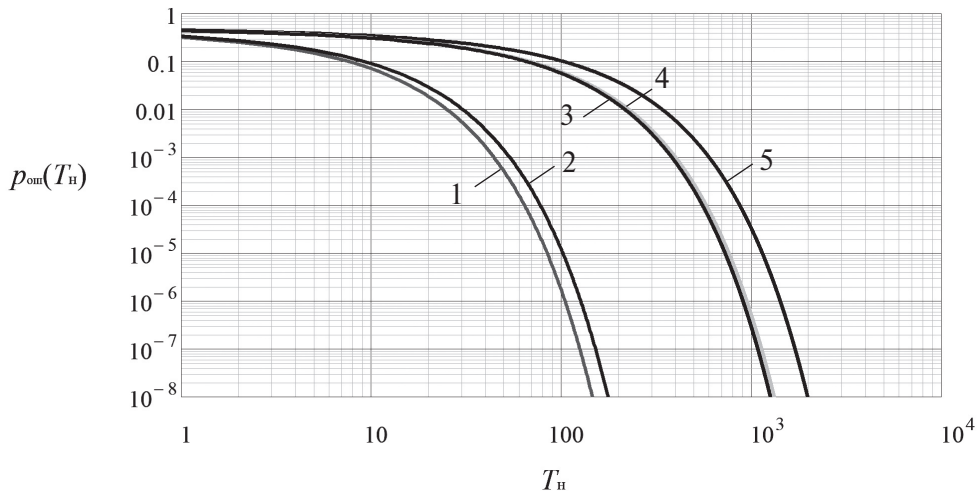


Рис. 3.18. Зависимость средней вероятности ошибки от времени наблюдения при использовании алгоритмов: линейного (линия 3), знакового (линия 5), знаково-рангового (линия 4), на основе кумулянтов 3-го порядка (линия 1) и 4-го порядка (линия 2) (кривые построены с параметрами $Q = 10$ и $q = 10$ дБ для гауссовой помехи, $K = 1$)

Изображенные рисунки показывают преимущества алгоритмов обнаружения на основе кумулянта 3- и 4-го порядка, особенно при коротких импульсах, когда Q больше 6. Они не требуют некоррелированности (независимости) выборки и запоминания больших массивов отсчетов и являются истинно непараметрическими, т. к. порог обнаружения устанавливается вслепую, т. е. без знания параметров помех. При гауссовой помехе линейный и знаково-ранговый алгоритм по вероятности ошибки практически совпадают. Наихудшие результаты дает знаковый алгоритм для той же помехи.

Выводы по главе 3

В разделе исследуются методы, основанные как на биспектральном преобразовании, так и статистиках высших порядков (кумулянтов 3- и 4-го порядков). Все методы являются слепыми, т. к. не требуют знания распределений сигналов и помех.

Биспектральная обработка является базисом для исследуемых фильтрационных и компенсационных методов слепого подавления

помех. Фильтрационные методы позволяют за счет двойного преобразования Фурье и последующего усреднения биспектра выделить полезный сигнал и подавить помеху, имеющую симметричное распределение. При этом обнаружено, что алгоритм восстановления фазы на основе нормированного биспектра (алгоритм Тоцкого — Лукина — Зеленского) эффективнее алгоритма Бриллинджера.

Оптимальный фильтр в биспектральной области по критерию минимальной абсолютной ошибки 3-й степени имеет значительное преимущество перед оптимальным винеровским фильтром в воспроизведении полезного сигнала не менее чем на 5 дБ.

Адаптивный компенсатор в биспектральной области по критерию минимальной абсолютной ошибки 3-й степени работоспособен при выделении импульсного сигнала на фоне помехи с произвольным распределением с отличными от нуля моментными функциями 3-го порядка. Теоретически ошибка воспроизведения биспектра сигнала на выходе адаптивного компенсатора в биспектральной области достигает нуля. В сравнении с традиционным компенсатором Уидроу адаптивная компенсация помех на фоне некоррелированного гауссова шума в каналах компенсатора, реализуемого в биспектральной области, дает меньшую дисперсию ошибки воспроизведения сигнала (на 4–6 дБ).

Использование триплетов позволяет реализовать на практике биспектральную систему передачи, потенциально обладающую помехоустойчивостью оптимальных когерентных систем при существенно более низких технических затратах на синхронизацию приемника и оценивание канала. Синтезированный согласованный фильтр по критерию максимума отношения абсолютных моментов 3-го порядка сигнала и помехи позволяет вслепую подавлять любые помехи с симметричными распределениями и выделять биспектрально-организованные сигналы. Наиболее сложным случаем является прием узкополосного сигнала на фоне широкополосной помехи.

Методы на основе кумулянтов 3- и 4-го порядка можно отнести к слепым методам, т. к. порог обнаружения не зависит от распределения и параметров помехи, а только лишь от кумулянтов высших порядков сигнала.

Контрольные вопросы

1. В чем состоит суть адаптивной фильтрации в частотной области?
2. Чем обусловлено возникновение шумов в каналах адаптивного компенсатора?
3. Что такое биспектр?
4. Назовите основные свойства биспектра.
5. В чем основное преимущество алгоритма на основе нормированного биспектра перед алгоритмом Бриллинджера?
6. Приведите пример сигнала, который не будет выделяться при биспектральном преобразовании.
7. В каком случае целесообразно использование биспектральной обработки в адаптивной фильтрации? Почему?
8. Запишите в символьном виде оптимальный коэффициент передачи компенсатора в спектральной области.
9. Докажите оптимальность коэффициента передачи компенсатора в биспектральной области.
10. Чему равна абсолютная ошибка 3-й степени на выходе компенсатора в биспектральной области при оптимальном коэффициенте передачи и идеальном формировании биспектров входного и эталонного сигналов?
11. Как определяется порог в эвристическом методе обнаружения сигнала на основе статистик высших порядков?

4. Методы слепой компенсации помех на основе формирования сигнальных и помеховых моделей

4.1. Слепая оценка сигналов и помех путем формирования их адаптивных моделей

Особенность слепой компенсации помех состоит в том, что при подавлении производится слепая оценка сигнала и помехи, не требующая предварительного исследования их статистических характеристик.

Слепое оценивание основано на формировании моделей сигнала и помехи только на основе наблюдений без какой-либо априорной информации об их параметрах. В распоряжении алгоритма обработки имеются отдельные предположения, например, о наличии сигнала в смеси с помехой. Это позволяет отдельно сформировать модели зашумленного сигнала и помехи, используя всего лишь один приемный канал. При этом ни распределение, ни дисперсии подавляемых помех и выделяемых сигналов не известны. Таким образом, формирование моделей сигналов и помех проходит вслепую.

Алгоритм формирования адаптивной модели случайного процесса изображен на рис. 4.1.

В результате адаптации импульсная характеристика адаптивного фильтра 1 будет стремиться к автокорреляционной функции с полезным сообщением. Для того чтобы сформировать модель исходного процесса, необходимо переписать весовые коэффициенты в адаптивный фильтр 2, на входе которого действует моделирующий белый шум. Таким образом, на выходе такого адаптивного фильтра генерируется подобный по спектральной плотности исходного процесса сигнал [104–106] или модель исходного процесса.

Кроме того, по импульсной характеристике адаптивного фильтра можно идентифицировать случайный процесс, тем самым вектор ве-

совых коэффициентов фильтра (см. формулу (1.20)) также является моделью исходного процесса [107–108].

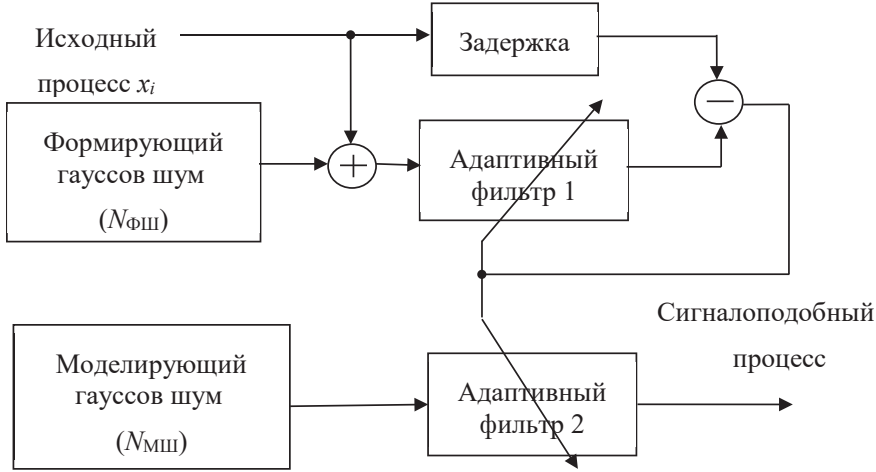


Рис. 4.1. Структурная схема формирователя сигналоподобного процесса [57]

Пусть дискретный сигнал, действующий на входе адаптивного фильтра 1, представляется как

$$y(t) = x(t) + v(t),$$

где $x(t)$ — центрированный вещественный стационарный случайный процесс с СКО σ_x ; $v(t)$ — формирующий белый шум с СКО σ_v .

В общем виде вектор взаимной корреляции \mathbf{p} и автокорреляционная матрица \mathbf{R} для входного сигнала адаптивного фильтра [11] представляются как

$$\mathbf{R} = \sigma_v^2 \underbrace{\begin{bmatrix} 1 + qr_x(0) & qr_x(1) & \dots & qr_x(L-1) \\ qr_x(1) & 1 + qr_x(0) & \dots & qr_x(L-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ qr_x(L-1) & qr_x(L-2) & \dots & 1 + qr_x(0) \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_n} = \sigma_v^2 \mathbf{R}_n, \quad (4.1)$$

$$\mathbf{p} = \sigma_x^2 \underbrace{\begin{bmatrix} r_x(0) \\ r_x(1) \\ \vdots \\ r_x(L-1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{p}_n} = \sigma_x^2 \mathbf{p}_n, \quad (4.2)$$

где r_x — нормированная автокорреляционная функция процесса $x(t)$; L — число весовых коэффициентов фильтра; $q = \sigma_x^2 / \sigma_v^2$.

Оптимальный вектор весовых коэффициентов из [11] находится как

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = q \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{p}_n \quad (4.3)$$

или с учетом формул (4.1) и (4.2):

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{q} + r_x(0) & r_x(1) & \dots & r_x(L-1) \\ r_x(1) & \frac{1}{q} + r_x(0) & \dots & r_x(L-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_x(L-1) & r_x(L-2) & \dots & \frac{1}{q} + r_x(0) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_x(0) \\ r_x(1) \\ \vdots \\ r_x(L-1) \end{bmatrix}.$$

Рассмотрим 2 случая: 1) $q \gg 1$; 2) $q \ll 1$.

Для больших значений отношения мощности моделируемого сигнала к мощности белого шума нормированная матрица \mathbf{R}_n имеет вид

$$\mathbf{R}_n = q \begin{bmatrix} r_x(0) & r_x(1) & \dots & r_x(L-1) \\ r_x(1) & r_x(0) & \dots & r_x(L-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_x(L-1) & r_x(L-2) & \dots & r_x(0) \end{bmatrix}.$$

Выражение (4.3) можно записать в форме $\mathbf{R}_n \mathbf{w} = \mathbf{p}_n$ или

$$q \begin{bmatrix} r_x(0) & r_x(1) & \dots & r_x(L-1) \\ r_x(1) & r_x(0) & \dots & r_x(L-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_x(L-1) & r_x(L-2) & \dots & r_x(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{L-1} \end{bmatrix} = q \begin{bmatrix} r_x(0) \\ r_x(1) \\ \vdots \\ r_x(L-1) \end{bmatrix}.$$

Решением этого уравнения будет оптимальный вектор $\mathbf{w}_{\text{opt}}^T = [1, 0, \dots, 0]^T$. Данный результат свидетельствует о невозможности создания модели при больших отношениях сигнал—шум на входе адаптивного фильтра, т. к. в данном случае на выходе схемы моделирования генерируется белый шум.

Для $q \rightarrow 0$ нормированная автокорреляционная матрица \mathbf{R}_n превращается в единичную, т. е. $\mathbf{R}_n \approx \mathbf{I}$, тогда оптимальный вектор весо-

вых коэффициентов адаптивного фильтра (для малых q) получается из выражения (4.3):

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = q \begin{bmatrix} r_x(0) \\ r_x(1) \\ \vdots \\ r_x(L-1) \end{bmatrix}.$$

В результате для малых отношений сигнал—шум q приходим к выводу, что модель исходного сигнала описывается его автокорреляционной функцией. Таким образом, q влияет на адекватность модели.

Однако, для того чтобы сформировать слепую оценку сигналов и помех, необходимо рассматривать исключительно 2-й случай, т. е. когда дисперсия формирующего шума много больше мощности сигнала или помехи.

Выбор алгоритма адаптации производится исходя из условий применения, а также некоторых общих характеристик исходного случайного процесса. В частности, для стационарных процессов целесообразно использовать простой метод наименьших средних квадратов [109], который не требует больших вычислительных затрат и несложен в программной реализации.

4.2. Модельная компенсация помех

Обобщенная структурная схема, реализующая компенсационные методы на основе формирования сигнальных и помеховых моделей, изображена на рис. 1.14. Если в качестве модели случайного процесса лежит устройство винеровской оценки, то алгоритм работы компенсатора помех (далее модельный компенсатор помех) приведен на рис. 4.2.

К зашумленному сигналу примешивается формирующий белый гауссов шум, затем вся смесь подается на вход адаптивного фильтра, выход которого соединен с устройством вычитания. На другой вход устройства вычитания через элемент задержки (как правило, равной половине длины адаптивного фильтра [11]) подается сигнал. В результате адаптации импульсная характеристика адаптивного фильтра стремится к характеристике винеровского фильтра с коэффициентом передачи [113]

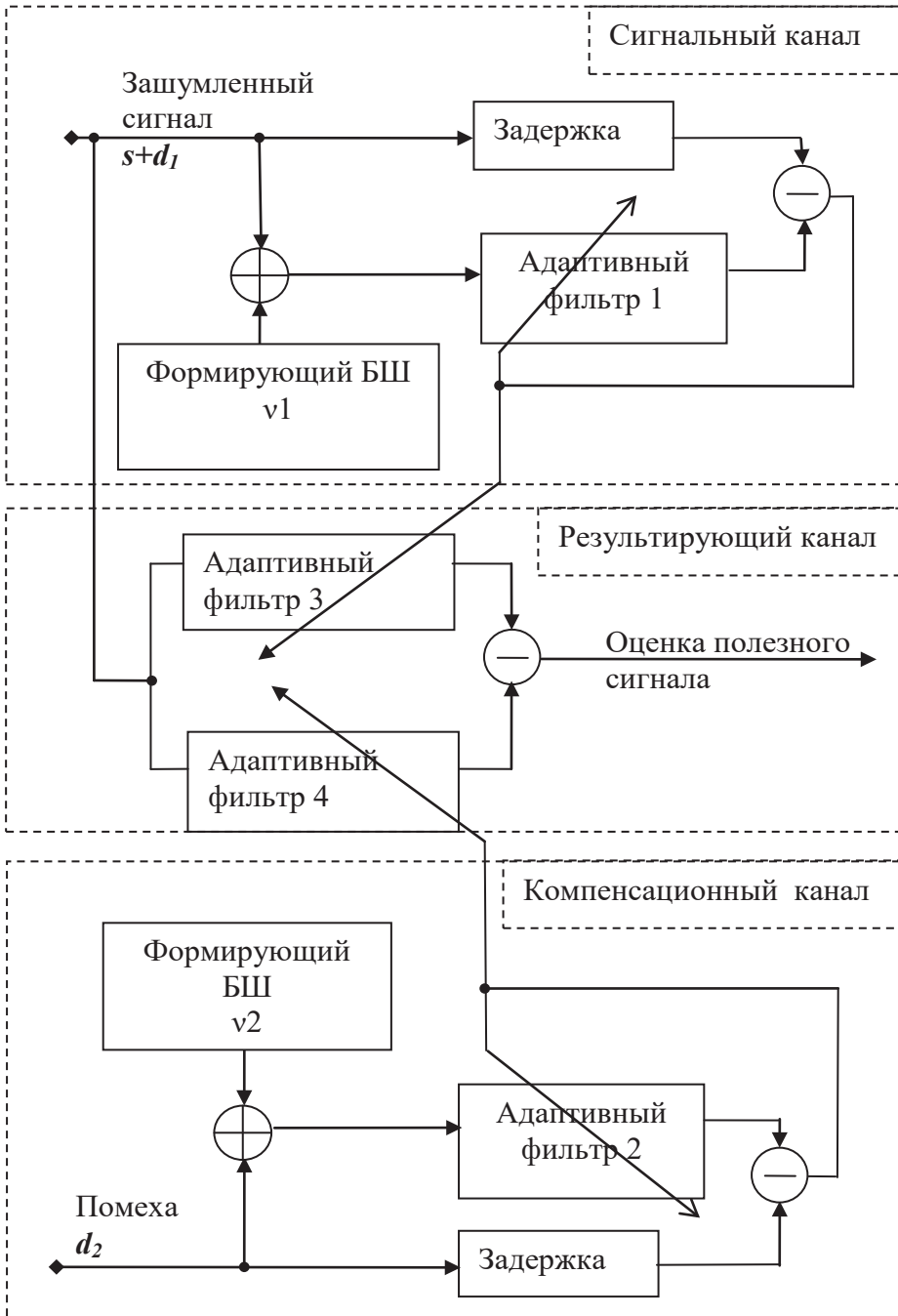


Рис. 4.2. Структурная схема модельного компенсатора на основе винеровского решения [110]

$$W_1(\omega) = \frac{S_s(\omega) + S_{d_1}(\omega)}{S_s(\omega) + S_{d_1}(\omega) + S_{v_1}(\omega)} e^{-j\omega\Delta_1}, \quad (4.4)$$

где $S_s(\omega)$ — спектральная плотность мощности сигнала; $S_{d_1}(\omega)$ — спектральная плотность мощности помехи в сигнальном канале; $S_{v_1}(\omega)$ — спектральная плотность мощности формирующего белого шума в сигнальном канале; Δ_1 — величина задержки в сигнальном канале.

При этом модель зашумленного сигнала представлена импульсной характеристикой (или коэффициентом передачи) адаптивного фильтра 1 (АФ1). Аналогично в адаптивном фильтре 2 (АФ2) формируется модель помехи d_2 с коэффициентом передачи АФ2 [113]:

$$W_2(\omega) = \frac{S_{d_2}(\omega)}{S_{d_2}(\omega) + S_{v_2}(\omega)} e^{-j\omega\Delta_2}, \quad (4.5)$$

где $S_{d_2}(\omega)$ — спектральная плотность мощности помехи в компенсационном канале; $S_{v_2}(\omega)$ — спектральная плотность мощности формирующего белого шума в компенсационном канале; Δ_2 — величина задержки в компенсационном канале.

Модель зашумленного сигнала и модель опорной помехи в компенсационном канале могут формироваться независимо и в разные моменты времени, что делает компенсатор инвариантным к задержке между помехами в каналах, а следовательно, исключает требование взаимной коррелированности помех.

Одновременно с АФ1 и АФ2 перестраиваются весовые коэффициенты адаптивных фильтров 3 и 4 (АФ3 и АФ4). В результирующем канале, который состоит из АФ3 и АФ4, при равенстве задержек в каналах ($\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$) формируется разностный коэффициент передачи модельного автокомпенсатора [113]

$$\begin{aligned} W(\omega) &= W_1(\omega) - W_2(\omega) = \\ &= \frac{S_s(\omega) + S_{d_1}(\omega)}{S_s(\omega) + S_{d_1}(\omega) + S_{v_1}(\omega)} e^{-j\omega\Delta_1} - \frac{S_{d_2}(\omega)}{S_{d_2}(\omega) + S_{v_2}(\omega)} e^{-j\omega\Delta_2} = \\ &= \frac{S_s(\omega)S_{v_2}(\omega) + S_{d_1}(\omega)S_{v_2}(\omega) - S_{d_2}(\omega)S_{v_1}(\omega)}{(S_s(\omega) + S_{d_1}(\omega) + S_{v_1}(\omega))(S_{d_2}(\omega) + S_{v_2}(\omega))} e^{-j\omega\Delta}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Для обращения в ноль выражения $S_{d_1}(\omega)S_{v_2}(\omega) - S_{d_2}(\omega)S_{v_1}(\omega)$ необходимо, чтобы отношение мощности помеха—формирующий шум в сиг-

нальном канале (q_{21}) и отношение мощности помеха—формирующий шум в компенсационном канале (q_{22}) были равны

$$\frac{\overbrace{S_{d_1}}^{q_{21}}}{S_{v_1}} = \frac{\overbrace{S_{d_2}}^{q_{22}}}{S_{v_2}} = q_2. \quad (4.7)$$

С учетом условия (4.7) формула (4.6) преобразуется в выражение

$$W(\omega) = \frac{S_s(\omega)S_{v_2}(\omega)}{(S_s(\omega) + S_{d_1}(\omega) + S_{v_1}(\omega))(S_{d_2}(\omega) + S_{v_2}(\omega))} e^{-j\omega\Delta}. \quad (4.8)$$

Таким образом, модельный компенсатор является фильтром, параметры которого подстраиваются для эффективного подавления помехи.

В качестве примера можно рассмотреть фильтрацию полезного сигнала — гауссовско-марковского процесса с относительной (к частоте дискретизации) шириной полосы α и со спектральной плотностью (П1.3) на фоне белого гауссова шума. В этом случае, подставляя выражение для спектральной плотности полезного сигнала в формулу (4.8), получаем коэффициент передачи модельного компенсатора без учета задержки

$$W_{MKP}(\omega) = \frac{2\alpha c}{(q_2 + 1)(\omega^2 + \alpha^2 + 2\alpha c)}, \quad (4.9)$$

где c — константа, $c = q_2 \eta / (q_2 + 1)$ (здесь η — отношение мощности сигнал—помеха на входе компенсатора).

При вещественном коэффициенте передачи модельного компенсатора помех дисперсию ошибки фильтрации можно оценить по формуле [29]

$$\overline{\varepsilon^2(t)}_{MKP} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_s(\omega) |1 - W_{MKP}(\omega)|^2 d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{d_1}(\omega) |W_{MKP}(\omega)|^2 d\omega. \quad (4.10)$$

Подставив выражения (П1.3) и (4.9) в формулу (4.10), получим дисперсию ошибки на выходе модельного компенсатора:

$$\overline{\varepsilon^2(t)}_{MKP} = \frac{\sigma_s^2 \alpha}{(q_2 + 1)^2} \left[\frac{2q_2}{\sqrt{\alpha^2 + 2\alpha c}} + \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + 2\alpha c}} - \frac{c}{\sqrt{\alpha^2 + 2\alpha c}(\alpha + 2c)} + \frac{q_2^2}{\alpha} + \frac{c^2}{\eta(\alpha + 2c)\sqrt{\alpha^2 + 2\alpha c}} \right], \quad (4.11)$$

где σ_s^2 — дисперсия выделяемого сигнала.

Введем понятие относительного проигрыша оптимальному фильтру Винера и выразим его через l :

$$l = \frac{\overline{\varepsilon^2(t)}_{MKP}}{\overline{\varepsilon^2(t)}_{opt}}, \quad (4.12)$$

где $\overline{\varepsilon^2(t)}_{opt}$ — дисперсии ошибки оптимального винеровского фильтра для рассматриваемого случая, $\overline{\varepsilon^2(t)}_{opt} = \frac{\sigma_s^2}{\sqrt{2\eta/\alpha + 1}}$.

Подставляя выражение (4.11) в формулу (4.12), получим проигрыш оптимальному фильтру Винера

$$l = \frac{\sqrt{\eta \cdot 2\alpha + \alpha^2}}{(q_2 + 1)^2} \left[\frac{2q_2 + 1}{\sqrt{\alpha^2 + 2\alpha c}} + \frac{\frac{c^2}{\eta} - c}{(\alpha + 2c)\sqrt{\alpha^2 + 2\alpha c}} + \frac{q_2^2}{\alpha} \right]. \quad (4.13)$$

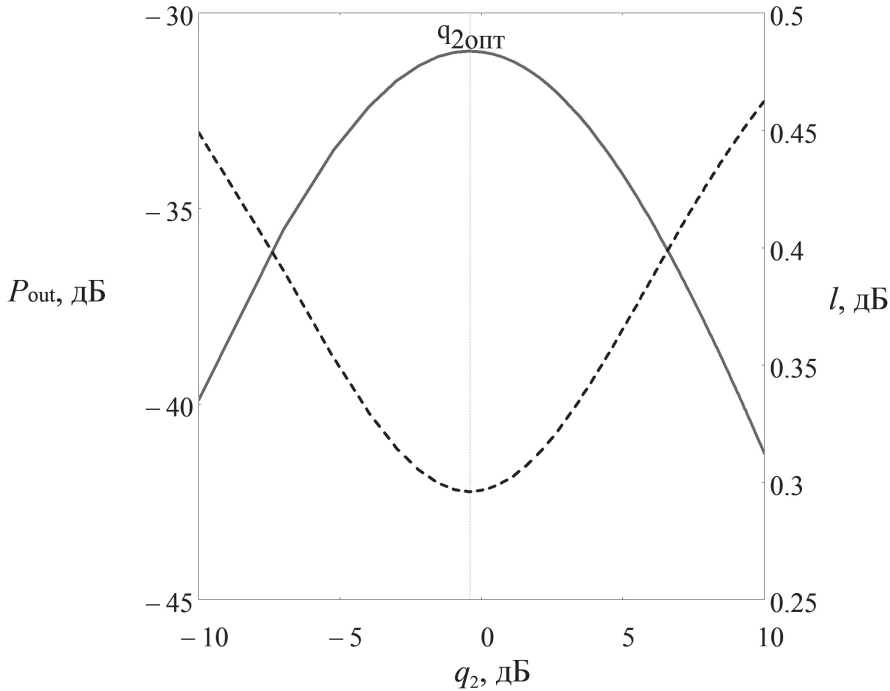


Рис. 4.3. Расчетные зависимости уровня мощности выходного сигнала P_{out} (сплошная линия) и проигрыша оптимальному фильтру l (пунктирная линия) от отношения помеха—формирующий шум q_2 при $\eta = -10$ дБ, $\alpha = 0,7$

График (рис. 4.3), построенный в соответствии с формулой (4.13), показывает наличие оптимального значения отношения мощности помехи к мощности формирующего шума, при котором проигрыш оптимальному винеровскому фильтру минимальный. На этом же графике изображена зависимость выходной мощности сигнала компенсатора от q_2 , полученная в [111] и свидетельствующая о возможности автоматического определения оптимального значения отношения мощности помехи к мощности формирующего шума по P_{out} путем построения многоканального модельного компенсатора.

Анализируя формулу (4.13), можно сделать вывод, что при малых входных отношениях сигнал—помеха чувствительность проигрыша к изменению параметра q_2 снижается и путем небольшого ухудшения характеристик фильтрации можно сделать значение отношения мощности помехи к мощности формирующего шума много меньше единицы. Тогда сохранится инвариантность компенсатора не только к параметрам сигнала и помехи, но и к их распределениям [112]. В этом случае коэффициент передачи модельного компенсатора (4.8) можно упростить:

$$W(\omega)|_{q_2 \ll 1} \approx \frac{S_s(\omega)}{S_v(\omega)}.$$

4.3. Способы улучшения оценки сигнала на выходе модельного компенсатора

На результирующий коэффициент передачи, а также на оценку сигнала на выходе компенсатора влияет отношение мощности процессов создаваемых моделей к формирующему белому шуму (см. формулу (4.11)), а также неидентичность каналов, выражающаяся в неравенстве дисперсий помех или отличии форм автокорреляционных функций помех в каналах. Предложены способы улучшения оценки: использование корректирующих фильтров на выходе результирующего кагала, выравнивание каналов в отсутствие сигнала и адаптивное выравнивание.

4.3.1. Использование корректирующих фильтров

В общем случае результирующий коэффициент передачи модельного автокомпенсатора определяется из выражений (4.4) и (4.5) как разность оптимальных коэффициентов передачи адаптивных фильтров сигнального и компенсационного каналов:

$$W_{MKP}(\omega) = W_1(\omega) - W_2(\omega) = \frac{S_s(\omega)S_{v2}(\omega)}{(S_s(\omega) + S_{d1}(\omega) + S_{v1}(\omega))(S_{d2}(\omega) + S_{v2}(\omega))} + \frac{S_{d1}(\omega)S_{v2}(\omega) - S_{d2}(\omega)S_{v1}(\omega)}{(S_s(\omega) + S_{d1}(\omega) + S_{v1}(\omega))(S_{d2}(\omega) + S_{v2}(\omega))}.$$

Для того чтобы коэффициент передачи модельного компенсатора был близок к коэффициенту передачи фильтра Винера, в результирующем канале используется корректирующий фильтр с коэффициентом передачи [113]:

$$W_{\text{сог}}(\omega) = \left[\frac{S_{d2}(\omega) + S_{v2}(\omega)}{S_{v2}(\omega)} \right] \left[\frac{S_s(\omega) + S_{d1}(\omega) + S_{v1}(\omega)}{S_s(\omega) + S_{d1}(\omega)} \right]. \quad (4.14)$$

С учетом коррекции и при выполнении условия (4.7) результирующая передаточная характеристика модельного компенсатора с точностью до фазового множителя совпадает с оптимальной передаточной функцией винеровского фильтра, на входе которого действует аддитивная сумма сигнала и помехи, при этом они являются стационарными, взаимно независимыми процессами с нулевыми средними [28]:

$$W_{MKP}(\omega) = \frac{S_s(\omega)}{S_s(\omega) + S_{d1}(\omega)} e^{-j\omega\Delta}.$$

В результате введения корректирующего фильтра модельный автокомпенсатор помех становится оптимальным фильтром, параметры которого подстраиваются для наилучшего и эффективного подавления помехи.

Реализовать корректирующий фильтр можно с помощью алгоритма обратного моделирования, который достаточно подробно изложен в [11].

Вначале представим корректирующий фильтр с коэффициентом передачи (4.14) в виде двух последовательно соединенных вспомога-

тельных корректирующих фильтров (рис. 4.4) с коэффициентами передачи

$$W_{\text{corr1}}(\omega) = \left[\frac{S_s(\omega) + S_{d_1}(\omega) + S_{v_1}(\omega)}{S_s(\omega) + S_{d_1}(\omega)} \right], W_{\text{corr2}}(\omega) = \left[\frac{S_{d_2}(\omega) + S_{v_2}(\omega)}{S_{v_2}(\omega)} \right].$$

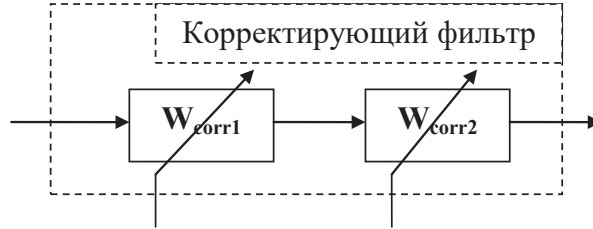


Рис. 4.4. Структурная схема корректирующего фильтра

Первый вспомогательный корректирующий фильтр может быть реализован с помощью схемы, представленной на рис. 4.5.

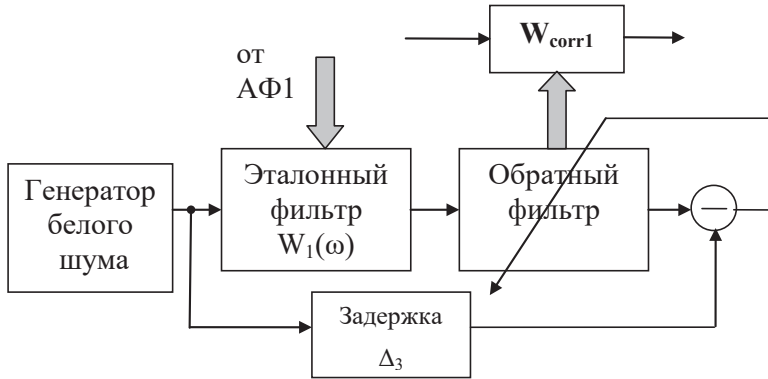


Рис. 4.5. Структурная схема обратного моделирования для первого вспомогательного корректирующего фильтра

В эталонный фильтр загружаются весовые коэффициенты из адаптивного фильтра 1 (см. рис. 4.2). По окончании обратного моделирования синтезируется фильтр с коэффициентом передачи $W_{\text{corr1}} = W_{\text{corr1}}(\omega) \cdot e^{-j\omega(\Delta_3 - \Delta)}$, обратным коэффициенту передачи АФ1 с точностью до фазового множителя. Весовые коэффициенты «обратного» фильтра загружаются в основной корректирующий фильтр. Выбор задержки при обратном моделировании происходит при

выполнении условия $\Delta_3 > \Delta$. Кроме того, необходимо обеспечить неравенство нулю знаменателя коэффициента передачи корректирующего фильтра 1. Для гарантированного выполнения данного условия можно, например, подмешать в оба канала слабый (по сравнению с мощностью сигнала в полосе приема) шум с равномерной спектральной плотностью.

Второй вспомогательный корректирующий фильтр реализуется в соответствии со схемой на рис. 4.6. В эталонный фильтр переписываются весовые коэффициенты из адаптивного фильтра 2 (см. рис. 4.2). В результате обратных преобразований получаем фильтр с коэффициентом передачи $W_{\text{corr2}} = W_{\text{corr2}}(\omega) \cdot e^{-j\omega(\Delta_4 - \Delta)}$, весовые коэффициенты которого переписываются в основной корректирующий фильтр. При этом должно выполняться условие $\Delta_4 > \Delta$.

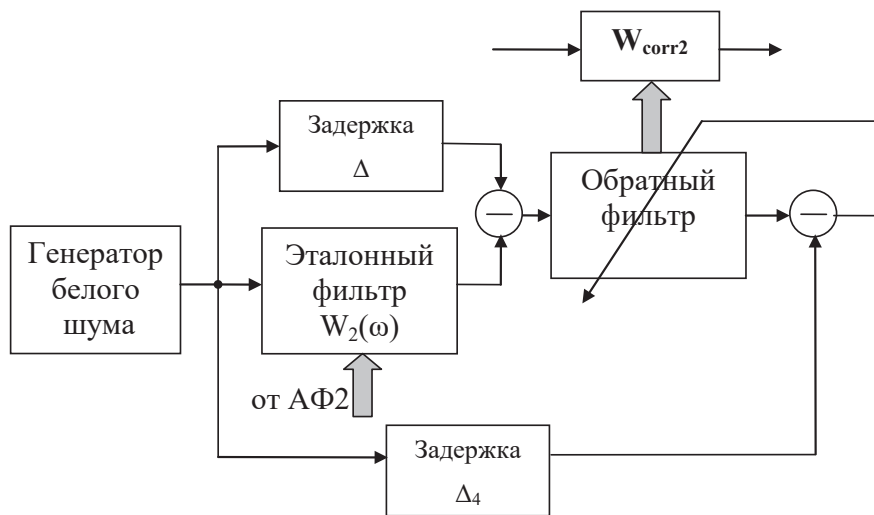


Рис. 4.6. Структурная схема обратного моделирования для второго вспомогательного корректирующего фильтра

Например, при выделении гауссовско-марковского процесса на фоне белого гауссовского шума в диапазоне изменения отношения мощности сигнал—помеха и отношения мощности помеха—формирующий шум в каналах в диапазоне от 0 до -10 дБ, значение проигрыша фильтру Винера не превышает 1,7 дБ (рис. 4.7).

Следовательно, включение корректирующего фильтра снижает восприимчивость модельного компенсатора к выбору отношения мощ-

ности помехо-формирующий шум в каналах. Вместе с тем использование корректирующего фильтра при входных отношениях мощности сигнал—помеха менее -10 дБ нецелесообразно, т. к. в этом диапазоне проигрыш оптимальному фильтру не превышает $1\text{--}2$ дБ и влияние корректирующего фильтра минимально.

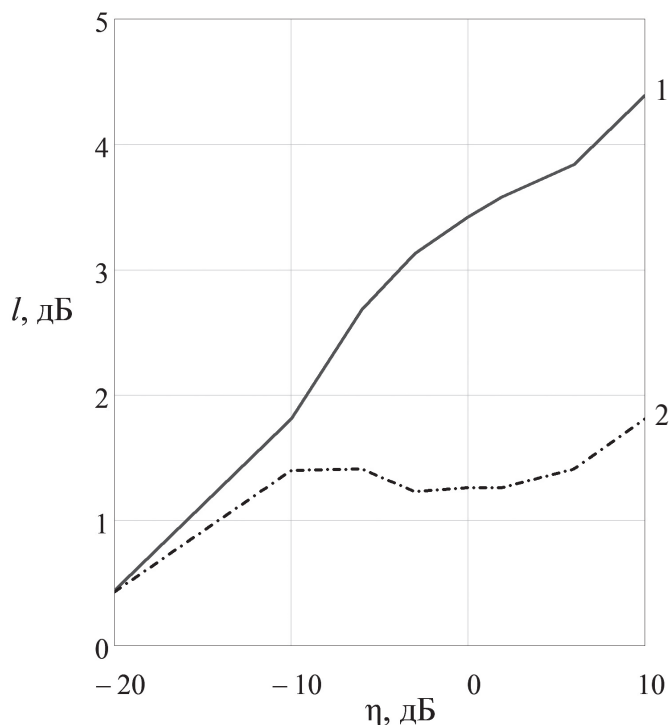


Рис. 4.7. Зависимость проигрыша l от отношения сигнал—помеха η при $q_2 = -10$ дБ: без корректирующего фильтра (линия 1), с включением корректирующего фильтра (линия 2)

4.3.2. Устранение неидентичности каналов модельного компенсатора

При неидентичности каналов, выражающейся в неравенстве отношений мощности помеха—формирующий шум в сигнальном и компенсационном каналах, коэффициент передачи модельного компенсатора с учетом коррекции и без учета задержки рассчитывается как

$$W_{MKP}(\omega) = [W_1(\omega) - W_2(\omega)] W_{\text{corr}}(\omega) = \frac{S_s(\omega)}{\underbrace{(S_s(\omega) + S_{d_1}(\omega))}_{W(\omega)}} +$$

$$+ \frac{S_{d_1}(\omega) - S_{d_2}(\omega) \frac{S_{v1}(\omega)}{S_{v2}(\omega)}}{\underbrace{(S_s(\omega) + S_{d_1}(\omega))}_{\Delta W(\omega)}} = W(\omega) + \Delta W(\omega).$$

Такая неидентичность каналов приводит к появлению некоторой добавки (ΔW) к оптимальному коэффициенту передачи компенсатора.

Одним из способов уменьшения влияния неравенства мощностей помех в каналах является их выравнивание в отсутствие полезного сигнала путем введения в компенсационный канал некоторого нормировочного коэффициента, который равен b . Мощность формируемого белого шума для каждого канала также устанавливается одинаковой. В этом случае достаточно задать параметр q_{22} (отношение мощности помехи и формирующего шума в компенсационном канале), а затем, измерив мощность помехи в компенсационном канале, вычислить необходимую мощность формирующего белого шума для обоих каналов. Вариант реализации модельного компенсатора при выравнивании помех в каналах показан на рис. 4.8. По сути, именно коэффициент b выравнивает мощности помех в каналах.

Другим способом уменьшения влияния неравенства мощностей помех в каналах является установка мощности формирующего шума в сигнальном канале по мощности зашумленного сигнала с предварительной оценкой входного отношения сигнал—помеха η , т. е. в отличие от работы модельного компенсатора при равенстве помех в каналах, мощности формирующего шума в сигнальном и компенсационном каналах устанавливаются в соответствии с заданными значениями q_1 (отношение мощности зашумленного сигнала и формирующего шума в сигнальном канале) и q_{22} . Если значение параметра q_1 установить равным $q_{22}(1+\eta)$, тогда дисперсия ошибки модельного компенсатора равна дисперсии ошибки оптимального фильтра Винера.

Вариант реализации модельного компенсатора при задании отношения мощности зашумленного сигнала к формирующему шуму в сигнальном канале q_1 и отношения мощности помехи к формирующему шуму в компенсационном канале q_{22} показан на рис. 4.9.

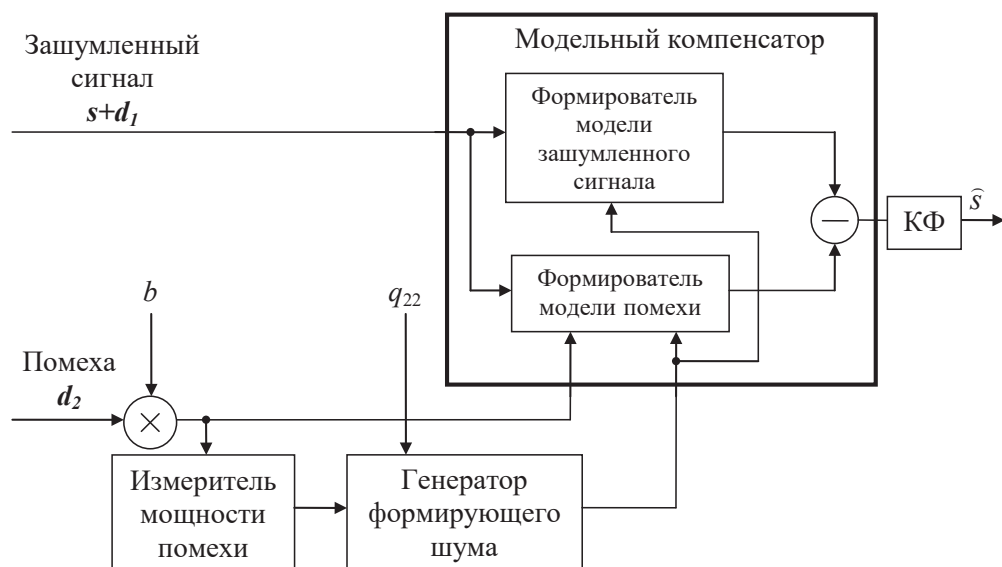


Рис. 4.8. Блок-схема модельного компенсатора помех при выравнивании помех в каналах (КФ — корректирующий фильтр)

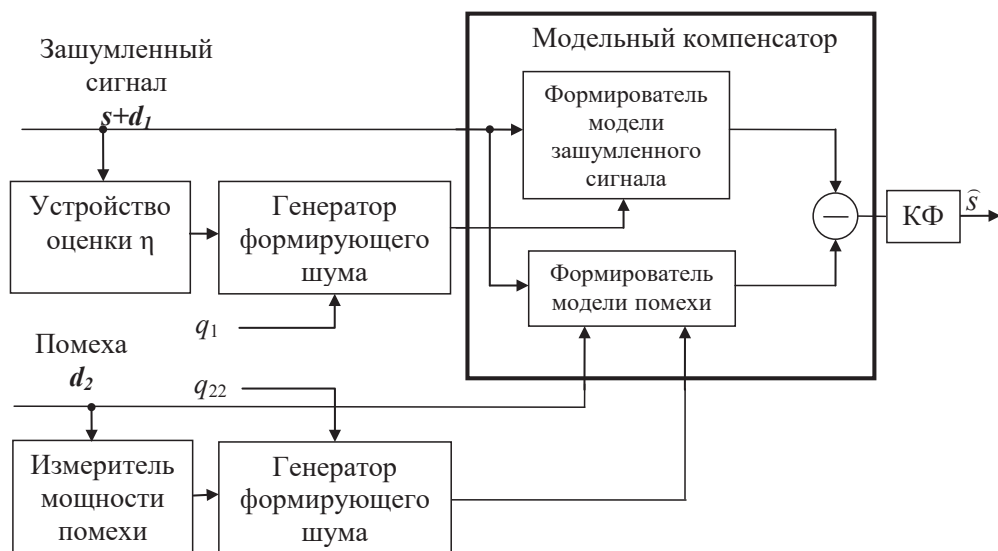


Рис. 4.9. Блок-схема модельного компенсатора помех с оценкой отношения мощности сигнал–помеха (КФ — корректирующий фильтр)

Два представленных способа выравнивания мощностей в каналах являются тождественными и сохраняют проигрыш оптимальному фильтру не более 2 дБ при изменении η в пределах $-20 \dots 10$ дБ.

4.3.3. Адаптивное выравнивание

Еще один способ улучшения оценки — адаптивное выравнивание, когда в компенсационную цепь результирующего канала включается адаптивный фильтр. Модельный компенсатор с адаптивным выравниваем в компенсационном канале изображен на рис. 4.10.

Основным отличием компенсатора от схемы на рис. 4.2 является наличие в результирующем канале адаптивного фильтра 5 (АФ5). Тогда разностный коэффициент передачи модельного автокомпенсатора с учетом условия, что мощности формирующего шума в сигнальном и компенсационном каналах равны и много больше мощности помех [114], выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} W(\omega) = W_1(\omega) - W_2(\omega) &\approx \frac{S_S(\omega) + S_{d_1}(\omega)}{S_v(\omega)} - \frac{S_{d_2}(\omega)W_{\text{АФ5}}(\omega)}{S_v(\omega)} = \\ &= \frac{S_S(\omega) + S_{d_1}(\omega) - S_{d_2}(\omega)W_{\text{АФ5}}(\omega)}{S_v(\omega)}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Из формулы (4.15) видно, что АФ5 является корректирующим звеном в компенсаторе и автоматически выравнивает мощности помех в каналах по соответствующему критерию минимизации уровня сигнала на выходе устройства вычитания. Такой способ выравнивания является более эффективным по сравнению со способом, изложенным в предыдущих параграфах, при котором в компенсационный канал вводится множитель на некоторый нормировочный коэффициент, который определяется в отсутствии полезного сигнала как корень квадратный из отношения мощности помехи в сигнальном канале к мощности помехи в компенсационном канале.

Таким образом, адаптивное формирование результирующего канала (с помощью АФ3, АФ4, АФ5 и устройства вычитания) позволяет синтезировать разностную сигнально-помеховую модель, в которой и происходит компенсация помехи.

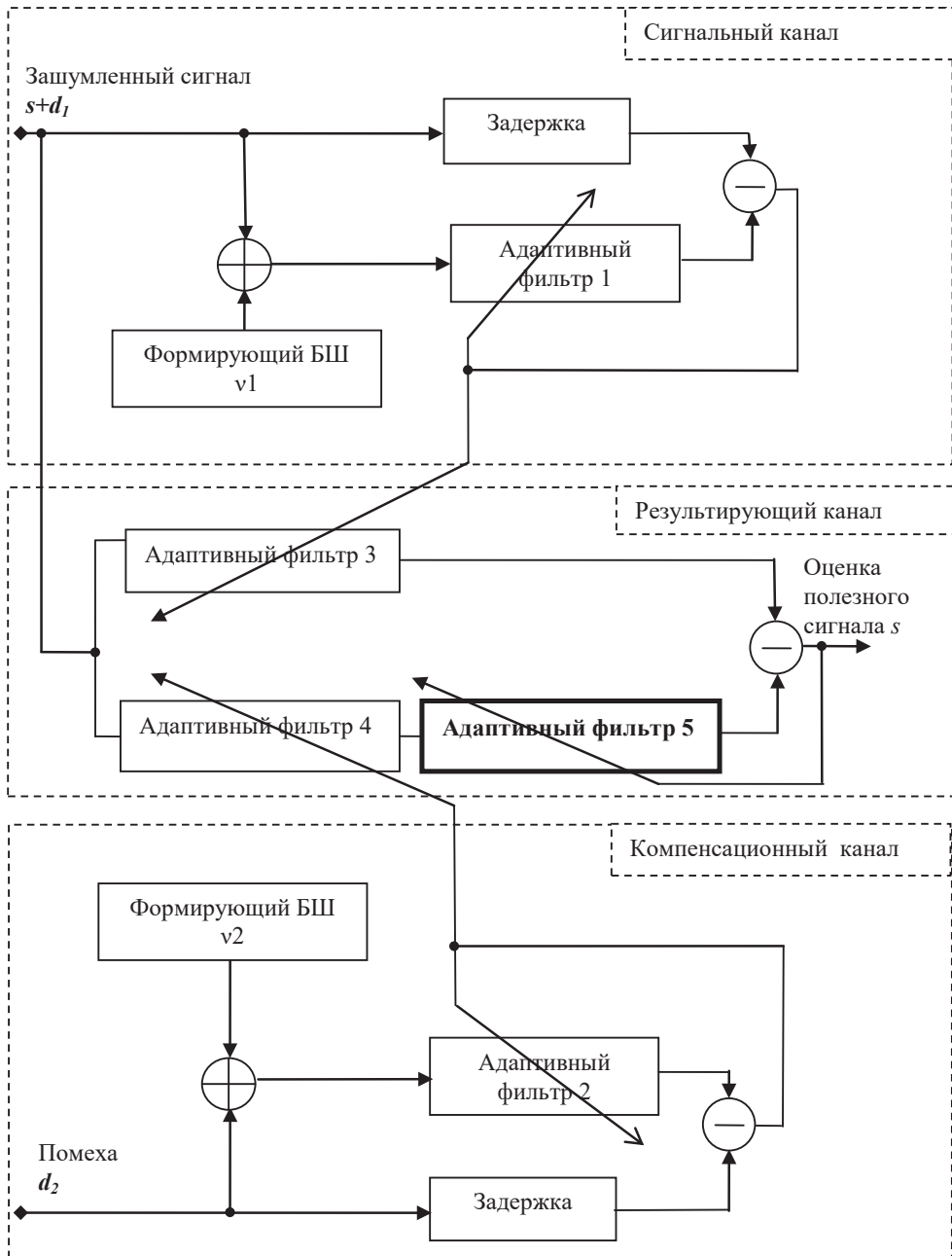


Рис. 4.10. Структурная схема модельного компенсатора помех с дополнительной адаптивной обработкой в результирующем канале

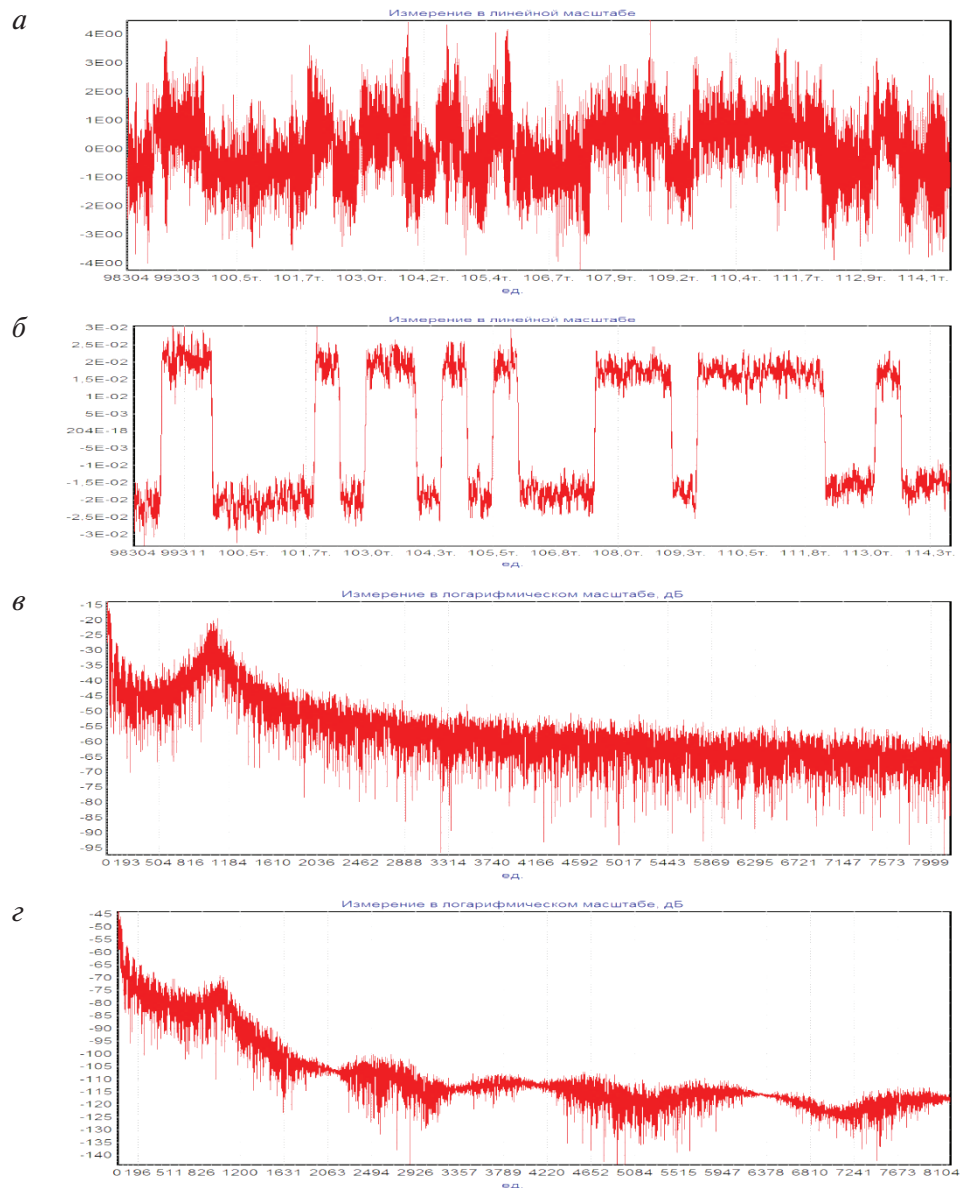


Рис. 4.11. Зашумленный сигнал во временной области (*a*) и его спектральная плотность (*в*) на входе в компенсатор, сигнал во временной области (*б*) и его спектральная плотность (*г*) на выходе из компенсатора

Наглядно компенсация узкополосной помехи с использованием адаптивного выравнивания при отношении мощности сигнал—помеха на входе компенсатора $-2,5$ дБ и отношении мощностей в каналах

—10 дБ показана на рис. 4.11. Использование адаптивного выравнивания позволяет повысить отношение мощности сигнал—помеха на выходе компенсатора более чем на 20 дБ и снизить вероятность ошибки приема символа в 20 раз. Схемное решение компенсатора является нечувствительным к требованию одинаковой формы автокорреляционных функций помех в каналах, однако адаптивное выравнивание работоспособно только при неперекрывании по частоте сигнала и помехи.

4.4. Компенсатор помех с вейвлет-преобразованием

Когда в качестве полезного сигнала используется цифровая последовательность, более эффективным может быть применение модельного компенсатора помех с вейвлет-преобразованием (далее модельный вейвлет-компенсатор помех), который также работоспособен в условиях полной взаимной некоррелированности помех, действующих на основном и дополнительном входах компенсатора [115].

В основе синтеза подобного компенсатора лежит алгоритм формирования адаптивных моделей (см. рис. 4.1). Входными данными для такого алгоритма формирования являются временные последовательности аппроксимирующих a_k и детализирующих $d_{j,k}$ коэффициентов, которые являются результатом прямого дискретного вейвлет-преобразования сигналов:

$$a_k = \int_{-\infty}^{\infty} 2^{-j_N/2} \varphi(2^{-j_N} t - k) s(t) dt,$$

$$d_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} 2^{-j/2} \psi(2^{-j} t - k) s(t) dt,$$

где $\varphi(t)$ — масштабирующая функция, создающая свои масштабные версии сигнала; $\psi(t)$ — материнский вейвлет, порождающий остальные используемые в преобразовании вейвлеты; j и k — целые числа; N — максимальный уровень разложения сигнала.

Модельный вейвлет-компенсатор состоит из двух идентичных каналов: сигнального (рис. 4.12), на входе которого присутствует смесь сигнала и помехи (зашумленный сигнал), и компенсационного (рис. 4.13), на который подается помеха [116].

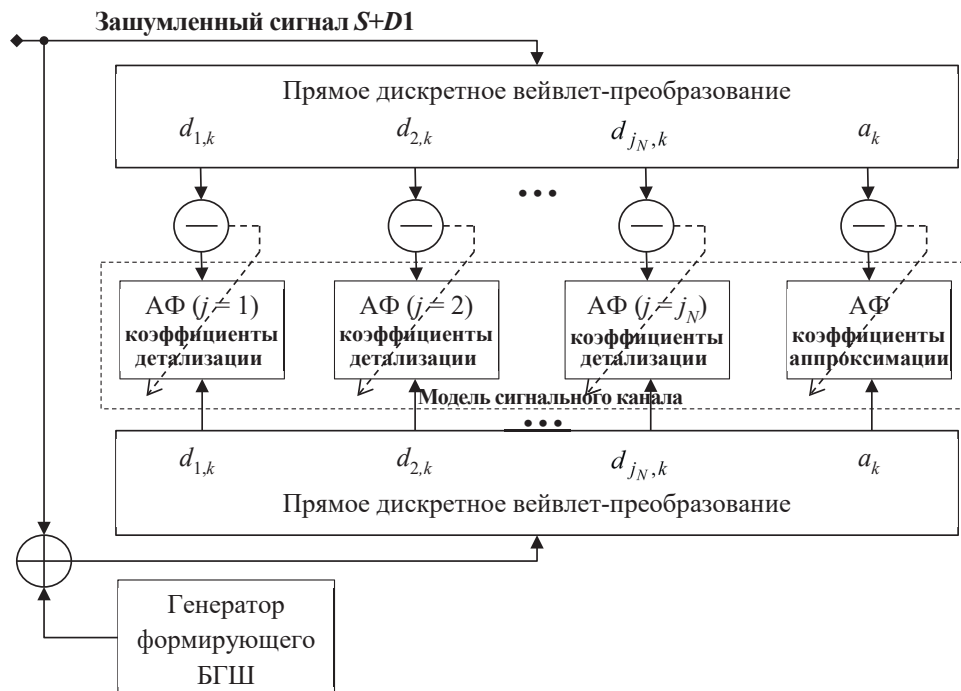


Рис. 4.12. Структурная схема сигнального канала вейвлет-компенсатора

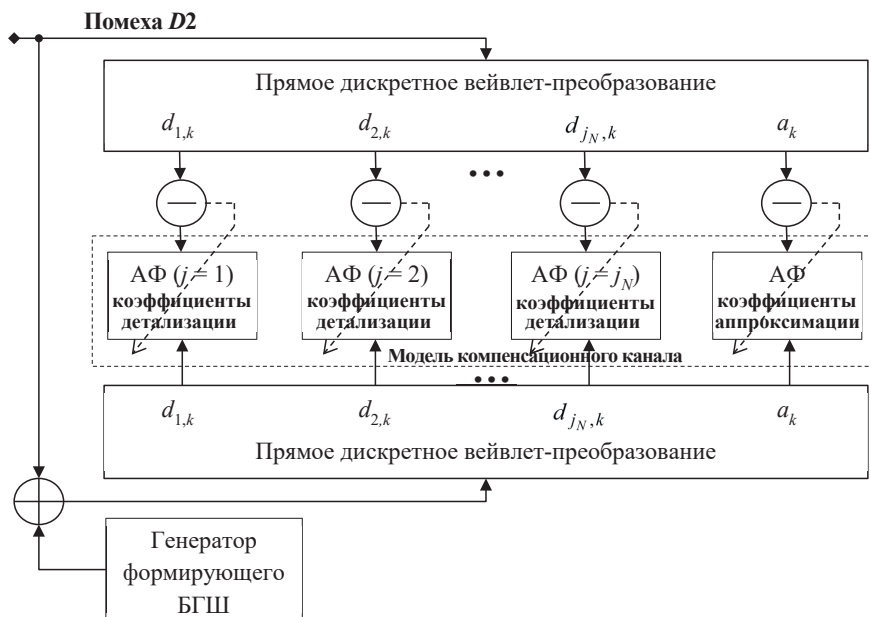


Рис. 4.13. Структурная схема компенсационного канала вейвлет-компенсатора

Входные сигналы с помощью операции прямого дискретного вейвлет-преобразования представляются в виде последовательностей аппроксимирующих и детализирующих коэффициентов. Сформированная последовательность коэффициентов подается на свой адаптивный фильтр. Порядок каждого адаптивного фильтра определяется числом аппроксимирующих или детализирующих коэффициентов на n -м уровне разложения j_n [117].

В результате процесса адаптации модель зашумленного сигнала может быть выражена в форме вектора, состоящего из дискретных импульсных характеристик адаптивных фильтров:

$$\mathbf{w1} = [\mathbf{w1}_a, \mathbf{w1}_{dj_N}, \mathbf{w1}_{dj_{N-1}}, \dots, \mathbf{w1}_{dj_1}], \quad (4.16)$$

где \mathbf{w}_a — дискретная импульсная характеристика адаптивного фильтра коэффициентов аппроксимации; \mathbf{w}_{dj_n} при $n = 1 \dots N$ — дискретная импульсная характеристика адаптивного фильтра коэффициентов детализации на n -м уровне разложения j_n .

Работа компенсационного канала идентична работе сигнального. В компенсационном канале формируется модель помехи в форме вектора, состоящего из дискретных импульсных характеристик адаптивных фильтров:

$$\mathbf{w2} = [\mathbf{w2}_a, \mathbf{w2}_{dj_N}, \mathbf{w2}_{dj_{N-1}}, \dots, \mathbf{w2}_{dj_1}]. \quad (4.17)$$

Результирующая импульсная характеристика адаптивного вейвлет-компенсатора определяется из выражений (4.16) и (4.17) как разность дискретных импульсных характеристик адаптивных фильтров сигнального и компенсационного каналов:

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= [(\mathbf{w1}_a - \mathbf{w2}_a), (\mathbf{w1}_{dj_N} - \mathbf{w2}_{dj_N}), (\mathbf{w1}_{dj_{N-1}} - \mathbf{w2}_{dj_{N-1}}), \dots, (\mathbf{w1}_{dj_1} - \mathbf{w2}_{dj_1})] = \\ &= [\mathbf{w}_a, \mathbf{w}_{dj_N}, \mathbf{w}_{dj_{N-1}}, \dots, \mathbf{w}_{dj_1}]. \end{aligned}$$

Разностные импульсные характеристики переписываются в разностные адаптивные фильтры (рис. 4.14), на вход которых подаются последовательности коэффициентов детализации и аппроксимации на всех уровнях разложения. С выходов разностных адаптивных фильтров коэффициенты детализации и аппроксимации поступают на блок обратного дискретного вейвлет-преобразования, в котором происходит реконструкция сигнала на N -уровне разложения j_N :

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (w_a * a_{j_N})_k \varphi_{j_N,k}(t) + \sum_{j=1}^{j_N} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (w_{dj} * d_j)_k \psi_{j,k}(t),$$

где $*$ — операция свертки вейвлет-коэффициентов с импульсной характеристикой адаптивного фильтра [117].



Рис. 4.14. Структурная схема результирующего канала вейвлет-компенсатора

Вейвлет-обработка позволяет еще повысить выигрыш по мощности в среднем на 8–10 дБ, а также снизить вероятность ошибки приема символа в десятки раз. Кроме того, модельный вейвлет-компенсатор помех инвариантен к распределению помехи, но чувствителен к минимальной длительности импульса. Это объясняется тем, что чем меньше размер временного окна вейвлет-анализа, тем более короткие символы полезного сигнала можно выделить. Однако уменьшение временного окна приводит к уменьшению длины адаптивных фильтров, что в свою очередь снижает коэффициент подавления помехи.

4.5. Слепая компенсация помех на основе векторно-матричных преобразований

Построение математических моделей различных процессов основано на их представлении какой-либо математической функцией,

зависящей от одного или нескольких аргументов. Модель можно строить по-разному, однако практически во всех случаях требуется знание о параметрах процесса. Чем больше известных параметров, тем более она адекватна моделируемому процессу.

Все параметры сигналов (помех) так или иначе зависят от времени. Формируемая модель должна наиболее полно отражать свойства сигнала и быть устойчивой к изменениям во времени, т. е. стационарной.

Одним из важных свойств любого сигнала является корреляция, которая показывает статистически достоверную связь между отсчетами выборки процесса. Автокорреляционная функция позволяет описать любой случайный или детерминированный процесс и оценить среднюю мощность процесса, его спектральный состав, а также выявить периодичность (если таковая существует). Достоинством АКФ является инвариантность к сдвигу любого сигнала или помехи, поэтому ее применение в качестве модели позволит, во-первых, не использовать процедуру оценки параметров процесса, а во-вторых, формировать модели стационарных сигналов и помех в разные моменты времени. Здесь так же, как и в адаптивной модели (см. подглаву 4.1), оценка сигнала или помехи производится *вслепую*, т. е. без знания распределений процессов и их отдельных параметров.

Представим зашумленный сигнал (смесь полезного сигнала и помехи), действующий на входе компенсатора, как

$$y(t) = \sigma_s s(t) + \sigma_d d(t),$$

где $s(t)$ и $d(t)$ — сигнал и помеха, являющиеся взаимно некоррелированными, центрированными вещественными независимыми стационарными случайными процессами с единичной средней мощностью; σ_s и σ_d — параметры, задающие СКО этих процессов.

Составим корреляционную матрицу входного сигнала:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_s^2 + \sigma_d^2 & \dots & \sigma_s^2 r_s(L-1) + \sigma_d^2 r_d(L-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_s^2 r_s(L-1) + \sigma_d^2 r_d(L-1) & \dots & \sigma_s^2 + \sigma_d^2 \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

где r_s и r_d — нормированные автокорреляционные функции сигнала и помехи соответственно; L — размерность АКФ.

Если имеется подходящий опорный канал (назовем его идеальным), в котором действует помеха d_2 , совпадающая по автокорреля-

ционной функции, но некоррелированная с помехой d_1 в основном канале, то можно сформировать автокорреляционный вектор опорной помехи [118]

$$\mathbf{p}_{d2} = \begin{bmatrix} \sigma_d^2 \\ \sigma_d^2 r_d(1) \\ \vdots \\ \sigma_d^2 r_d(L-1) \end{bmatrix}. \quad (4.19)$$

Затем сформируем автокорреляционный вектор входного сигнала $y(t)$ [118]:

$$\mathbf{p}_{s+d1} = \begin{bmatrix} \sigma_s^2 + \sigma_d^2 \\ \sigma_s^2 r_s(1) + \sigma_d^2 r_d(1) \\ \vdots \\ \sigma_s^2 r_s(L-1) + \sigma_d^2 r_d(L-1) \end{bmatrix}. \quad (4.20)$$

Подставляя разность автокорреляционных векторов из формул (4.20) и (4.19) и обратную корреляционную матрицу из формулы (4.18) в выражение (1.22), получаем оптимальный вектор:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{\text{opt}} &= \begin{bmatrix} \sigma_s^2 + \sigma_d^2 & \cdots & \sigma_s^2 r_s(L-1) + \sigma_d^2 r_d(L-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_s^2 r_s(L-1) + \sigma_d^2 r_d(L-1) & \cdots & \sigma_s^2 + \sigma_d^2 \end{bmatrix}^{-1} \times \\ &\times \left(\begin{bmatrix} \sigma_s^2 + \sigma_d^2 \\ \sigma_s^2 r_s(1) + \sigma_d^2 r_d(1) \\ \vdots \\ \sigma_s^2 r_s(L-1) + \sigma_d^2 r_d(L-1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sigma_d^2 \\ \sigma_d^2 r_d(1) \\ \vdots \\ \sigma_d^2 r_d(L-1) \end{bmatrix} \right) = \\ &= \underbrace{\begin{bmatrix} \sigma_s^2 + \sigma_d^2 & \cdots & \sigma_s^2 r_s(L-1) + \sigma_d^2 r_d(L-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_s^2 r_s(L-1) + \sigma_d^2 r_d(L-1) & \cdots & \sigma_s^2 + \sigma_d^2 \end{bmatrix}^{-1}}_{\mathbf{R}} \underbrace{\begin{bmatrix} \sigma_s^2 \\ \sigma_s^2 r_s(1) \\ \vdots \\ \sigma_s^2 r_s(L-1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{p}_{s+d1} - \mathbf{p}_{d2}}. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Произведя отдельные слепые оценки зашумленного сигнала и помехи, удастся оценить вектор весовых коэффициентов фильтра, который оптимальным образом (по критерию НСК) выделяет полезный сигнал.

Структурная схема, реализующая компенсационные методы на основе векторно-матричных преобразований, изображена на рис. 4.15. Вычисление \mathbf{R} и \mathbf{p} происходит при замыкании $K2$ и размыкании $K1$. В то же время опорный канал формируется с помощью замыкания переключателя $K1$ и размыкания $K2$, когда во входном сигнале отсутствует полезный сигнал и действует только помеха. При этом слепая компенсация помех предполагает отсутствие априорных сведений о характеристиках помехи и полезного сигнала в смеси с помехой за исключением предположения об отсутствии сигнала в смеси с помехой в ходе формирования ее модели и стационарности помехи.

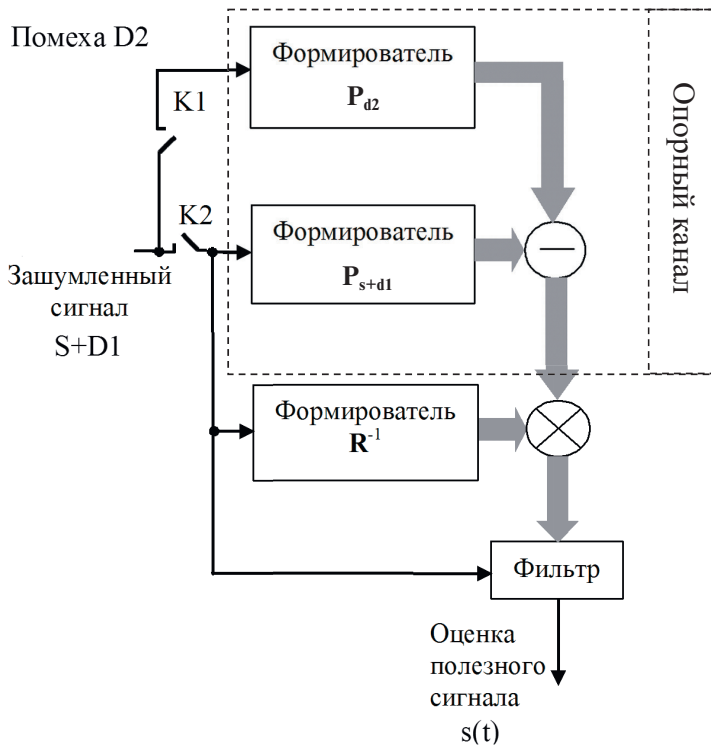


Рис. 4.15. Векторно-матричный компенсатор

После формирования оптимального вектора (4.21) коэффициенты вектора переписываются в фильтр, на входе которого действует зашумленный сигнал, а на выходе формируется оценка полезного сигнала.

Таким образом, при идеальном опорном канале векторно-матричный компенсатор представляет собой оптимальный фильтр Винера

по критерию наименьшего среднеквадратического отклонения выходного сигнала от полезного.

На рис. 4.16 и 4.17 отображены результаты моделирования работы векторно-матричного компенсатора при выделении симметричного телеграфного процесса на фоне белого гауссова шума и импульсной помехи (телеграфного процесса высокой интенсивности). Будем считать, что в опорном канале действует помеха, некоррелированная с помехой в основном канале, но совпадающая по автокорреляционной функции.

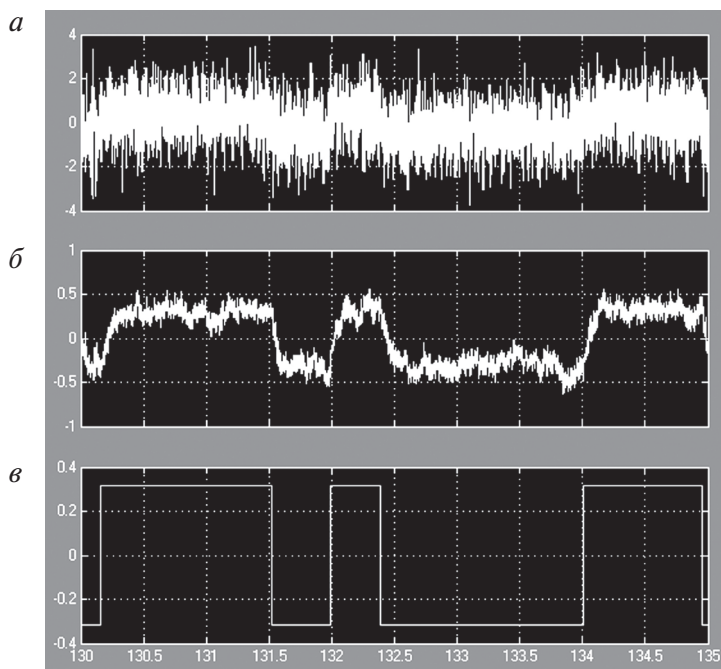


Рис. 4.16. Эпюры симметричного телеграфного процесса с $\lambda_{\Pi} = 0,0005$ (в), его смеси с БГШ (а), выходного сигнала компенсатора (б) при $L = 256$

Рассмотрим ситуацию, когда на фоне гауссова широкополосного шума с дисперсией σ_d^2 действует гауссовско-марковский процесс с дисперсией σ_s^2 и относительной¹⁹ шириной полосы α . Корреляционную матрицу входного сигнала можно записать [119] как

¹⁹ К частоте дискретизации.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_s^2 + \sigma_d^2 & \cdots & \sigma_s^2 e^{-\alpha(L-1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_s^2 e^{-\alpha(L-1)} & \cdots & \sigma_s^2 + \sigma_d^2 \end{bmatrix} = \sigma_s^2 \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{\eta} & f & f^2 & \cdots & f^{L-1} \\ f & 1 + \frac{1}{\eta} & f & \cdots & f^{L-2} \\ f^2 & f & 1 + \frac{1}{\eta} & \cdots & f^{L-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f^{L-1} & f^{L-2} & f^{L-3} & \cdots & 1 + \frac{1}{\eta} \end{bmatrix}, \quad (4.22)$$

где η — отношение мощности полезного сигнала к мощности помехи, $\eta = \sigma_s^2/\sigma_d^2$; f — константа, $f = e^{-\alpha}$.

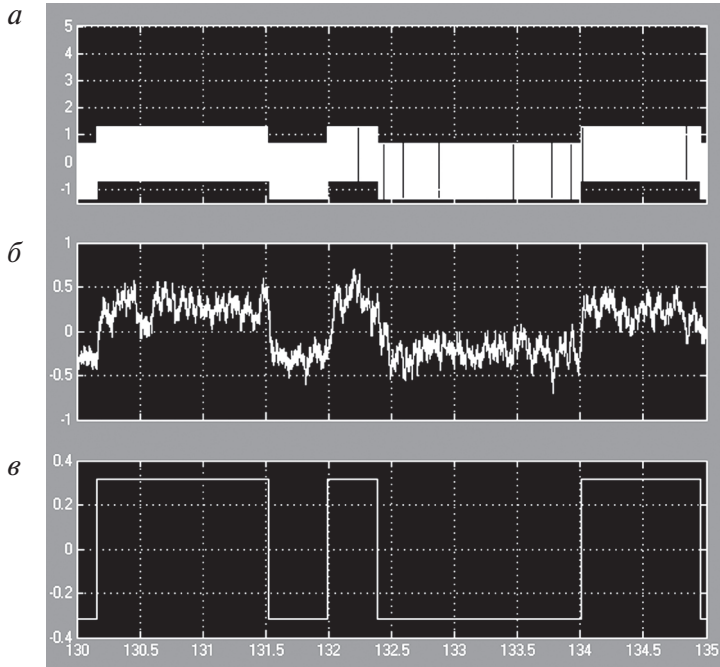


Рис. 4.17. Эпюры симметричного телеграфного процесса с $\lambda_{\Pi} = 0,0005$ (в), его смеси с симметричным телеграфным процессом высокой интенсивности ($\lambda_{\Pi} = 1$) (а), выходного сигнала компенсатора (б) при $L = 256$

Решение уравнения Винера — Хопфа изложено в [29]:

$$w_k = \frac{\eta (1-f^2) ((\lambda_2 - f) \lambda_2^{L-1} \lambda_1^k - (\lambda_1 - f) \lambda_1^{L-1} \lambda_2^k)}{f (\lambda_2^{L-1} (\lambda_2 - f)^2 - \lambda_1^{L-1} (\lambda_1 - f)^2)},$$

где $\lambda_1 = \gamma - \sqrt{\gamma^2 - 1}$, $\lambda_2 = \gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1}$, $\gamma = (\eta(1-f^2) + 1 + f^2)/2f$, $k = 0, 1, \dots, L-1$,

тогда дисперсия ошибки фильтрации на выходе векторно-матричного компенсатора при идеальном опорном канале примет вид

$$\begin{aligned} \overline{\varepsilon^2(t)}_{VMK} &= \sigma_s^2 - \mathbf{w}_{opt}^T \mathbf{p} = \\ &= \sigma_s^2 \left[1 - \frac{\eta}{f} \frac{(1-f^2) \left[(\lambda_2 - f) \lambda_2^{L-1} \sum_{i=0}^{L-1} (f \lambda_1)^i - (\lambda_1 - f) \lambda_1^{L-1} \sum_{i=0}^{L-1} (f \lambda_2)^i \right]}{\lambda_2^{L-1} (\lambda_2 - f)^2 - \lambda_1^{L-1} (\lambda_1 - f)^2} \right] = \\ &= \sigma_s^2 \left[1 - \frac{\eta}{f} \frac{(1-f^2) \left[(\lambda_2 - f) \lambda_2^{L-1} \left(\frac{1 - (f \lambda_1)^L}{1 - f \lambda_1} \right) - (\lambda_1 - f) \lambda_1^{L-1} \left(\frac{1 - (f \lambda_2)^L}{1 - f \lambda_2} \right) \right]}{\lambda_2^{L-1} (\lambda_2 - f)^2 - \lambda_1^{L-1} (\lambda_1 - f)^2} \right]. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Минимальная дисперсия ошибки при бесконечном числе весовых коэффициентов фильтра L находится в пределе и стремится к неустраняемой ошибке фильтра Винера:

$$\varepsilon_w = \lim_{L \rightarrow \infty} \overline{\varepsilon^2(t)}_{VMK} = \frac{\eta(1-f^2) \lambda_1}{f(1-f \lambda_1)}. \quad (4.24)$$

График зависимости нормированной (к мощности полезного сигнала) дисперсии ошибки фильтрации на выходе векторно-матричного компенсатора от размерности фильтра приведен на рис. 4.18. С увеличением размерности ошибка уменьшается и стремится к неустраняемой ошибке реализуемого фильтра Винера (4.24). При этом чем шире полоса полезного сигнала, тем меньше требуется весовых коэффициентов фильтра [119].

Таким образом, эффективность работы компенсатора существенным образом зависит от числа весовых коэффициентов фильтра, однако существует граница, преодоление которой гарантирует достижение минимальной дисперсии ошибки фильтрации (рис. 4.18).

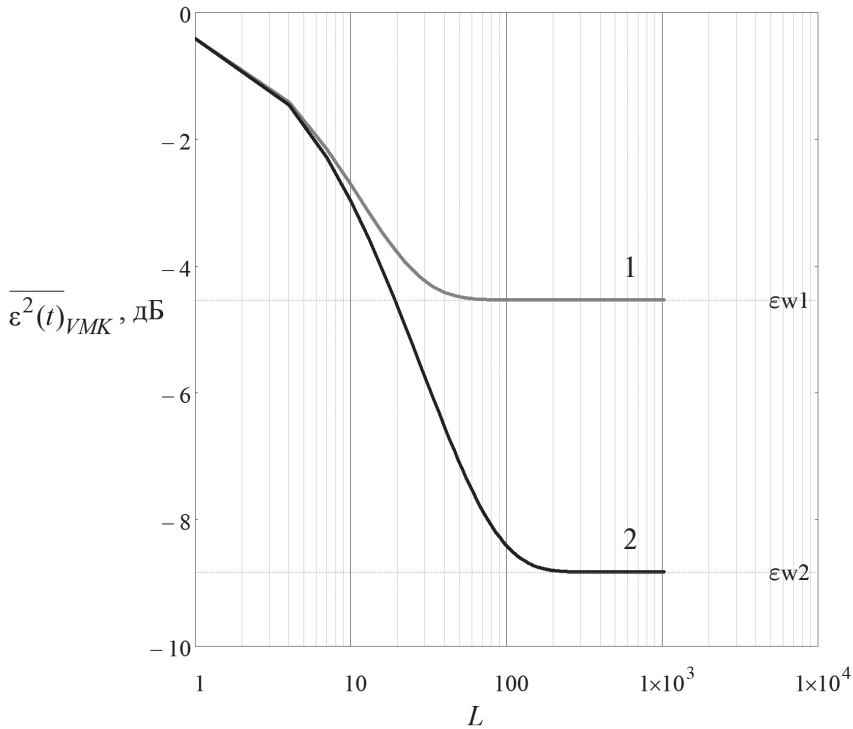


Рис. 4.18. Зависимость нормированной дисперсии ошибки фильтрации на выходе векторно-матричного компенсатора от размерности фильтра L при разных значениях ширины полосы гауссовско-марковского процесса $\alpha = 0,01$ (линия 1) и $\alpha = 0,001$ (линия 2)

Если на фоне гауссова белого шума действует импульсный полезный сигнал (например, случайный телеграфный сигнал) с нормированной корреляционной функцией $r(\tau) = e^{-2\lambda_{\Pi}|\tau|}$, то корреляционная матрица может быть представлена аналогично выражению (4.22) с заменой в ней функции $f = e^{-\alpha}$ на $f = e^{-2\lambda_{\Pi}}$, в которой λ_{Π} есть интенсивность смены знака (смысл аналогичен процессу Пуассона) [119].

Таким образом, зависимость нормированной дисперсии ошибки фильтрации на выходе векторно-матричного компенсатора от размерности фильтра L будет повторять график на рис. 4.18 при $\lambda_{\Pi} = \alpha/2$.

Когда параметры помех в обоих каналах различаются, например, по дисперсии, взаимно корреляционный вектор принимает вид

$$\begin{aligned}
p' = \sigma_s^2 \left[1 + \frac{1}{\eta} (1 - k^2) \quad f \quad f^2 \quad \dots \quad f^{L-1} \right]^T &= \underbrace{\sigma_s^2 \left[1 \quad f \quad f^2 \quad \dots \quad f^{L-1} \right]^T}_p + \\
&+ \underbrace{\sigma_s^2 \left[\frac{1}{\eta} (1 - k^2) \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \right]^T}_{\Delta p}, \quad (4.25)
\end{aligned}$$

где k — коэффициент, определяющий неравенство СКО помех в каналах.

Запишем вектор весовых коэффициентов фильтра с учетом выражения (4.25):

$$\begin{aligned}
\mathbf{w} &= \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p}) = \\
&= \sigma_s^2 \mathbf{R}^{-1} \left(\left[1 \quad f \quad f^2 \quad \dots \quad f^{L-1} \right]^T + \left[\frac{1}{\eta} (1 - k^2) \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \right]^T \right) = \quad (4.26) \\
&= \mathbf{w}_{\text{opt}} + \underbrace{\mathbf{R}^{-1} \Delta \mathbf{p}}_{\Delta \mathbf{w}} = \mathbf{w}_{\text{opt}} + \underbrace{\sigma_d^2 (1 - k^2) \text{col}_0 (\mathbf{R}^{-1})}_{\Delta \mathbf{w}},
\end{aligned}$$

где $\text{col}_0 (\mathbf{R}^{-1})$ — нулевой вектор-столбец обратной корреляционной матрицы входного сигнала.

Второе слагаемое в выражении (4.26) определяет отклонение $\Delta \mathbf{w}$ вектора весовых коэффициентов от своего оптимального значения при отличии СКО помех в каналах.

Дисперсия ошибки фильтрации на выходе фильтра в векторно-матричной форме [11] имеет вид

$$\begin{aligned}
\overline{\varepsilon^2(t)} &= \sigma_s^2 - 2\mathbf{p}^T (\mathbf{w}_{\text{opt}} + \Delta \mathbf{w}) + (\mathbf{w}_{\text{opt}} + \Delta \mathbf{w})^T \mathbf{R} (\mathbf{w}_{\text{opt}} + \Delta \mathbf{w}) = \\
&= \overline{\varepsilon^2(t)}_{VMK} + 2\mathbf{w}_{\text{opt}}^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{w} + \Delta \mathbf{w}^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{w} - 2\mathbf{p}^T \Delta \mathbf{w} = \overline{\varepsilon^2(t)}_{VMK} + \\
&+ 2\mathbf{p}^T \Delta \mathbf{w} + \Delta \mathbf{w}^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{w} - 2\mathbf{p}^T \Delta \mathbf{w} = \overline{\varepsilon^2(t)}_{VMK} + \Delta \mathbf{w}^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{w} = \\
&= \overline{\varepsilon^2(t)}_{VMK} + \Delta \mathbf{w}^T \mathbf{R} \mathbf{R}^{-1} \Delta \mathbf{p} = \overline{\varepsilon^2(t)}_{VMK} + \Delta \mathbf{w}^T \Delta \mathbf{p},
\end{aligned}$$

тогда с учетом выражений (4.25) и (4.26) дисперсию ошибки фильтрации можно представить [119]:

$$\overline{\varepsilon^2(t)} = \overline{\varepsilon^2(t)}_{VMK} + \sigma_d^2 \text{col}_0 (\mathbf{R}^{-1})^T \left[\frac{1}{\eta} (1 - k^2)^2 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \right]^T. \quad (4.27)$$

Примем допущение $\eta \rightarrow 0$, тогда обратная корреляционная матрица входного сигнала (4.22) вырождается в единичную с множителем $1/\sigma_d^2$ и выражение (4.27) принимает вид

$$\overline{\varepsilon^2(t)}\Big|_{\eta \rightarrow 0} = \overline{\varepsilon^2(t)}_{VMK} + \frac{1}{\eta} (1 - k^2)^2. \quad (4.28)$$

Формула (4.28) показывает, что в пределе, когда опорный канал отсутствует ($k = 0$), ошибка стремится к величине, равной сумме дисперсии ошибки фильтрации на выходе векторно-матричного компенсатора (при идеальном опорном канале) и значения обратного отношения мощности сигнал—помеха на входе компенсатора. При этом коэффициент k сильнее влияет на дисперсию ошибки фильтрации, когда интенсивность импульсного сигнала λ_{Π} уменьшается.

Выводы по главе 4

Для компенсации гауссовых и негауссовых помех показаны 3 разновидности модельного компенсатора (с формированием моделей с помощью адаптивных фильтров, с вейвлет- и векторно-матричными преобразованиями), которые показали хорошую работоспособность в условиях взаимной некоррелированности помех в каналах.

Для преодоления непараметрической априорной неопределенности отношение мощности помеха—формирующий шум в компенсаторе необходимо выбирать в диапазоне $-15 \dots -20$ дБ.

Предложены 3 способа устранения влияния неидентичности каналов на качество компенсации помех и способы борьбы: путем введения в компенсационный канал нормировочного выравнивающего коэффициента с установкой равных значений мощности формирующего шума для обоих каналов; оценки отношения мощности сигнал—помеха с установкой мощности формирующего шума в сигнальном канале; введения в компенсационный канал дополнительного адаптивного фильтра. Показано, что первые два способа являются тождественными, третий можно применять при перекрытии по частоте сигнала и помехи.

Включение корректирующего фильтра на выход модельного компенсатора дает существенное снижение проигрыша оптимальному ви-

неровскому фильтру. Вместе с тем использование корректирующего фильтра при входных отношениях мощности сигнал—помеха менее -10 дБ нецелесообразно, т. к. в этом диапазоне влияние корректирующего фильтра минимально.

Для выделения бинарных сигналов целесообразно применять вейвлет-компенсатор. Однако в отличие от обычного модельного компенсатора он чувствителен к минимальной длительности импульса.

Векторно-матричный компенсатор помех работоспособен при выделении непрерывного и импульсного процессов на фоне белого гауссова шума или импульсной помехи. Дисперсия ошибки фильтрации стремится при размерности фильтра более 100 к неустранимой ошибке Винера. Коэффициент неравенства СКО по-разному влияет на дисперсию ошибки фильтрации в зависимости от интенсивности импульсного сигнала: чем меньше λ_{Π} , тем чувствительнее дисбаланс уровней мощностей в каналах.

Контрольные вопросы к главе 4

1. Назовите основные достоинства компенсаторов на основе формирования моделей.
2. Чему равна задержка адаптивного фильтра при формировании сигналоподобного процесса? Подумайте почему.
3. Запишите корреляционную матрицу входного сигнала — гауссовско-марковский процесс (с полосой α) в смеси с белым гауссовым шумом. Считать дисперсии обоих процессов единичными.
4. Нарисуйте импульсную характеристику адаптивного фильтра формирователя модели сигнала, если отношение мощности сигнал—формирующий шум много больше единицы, а число весовых коэффициентов 8.
5. Запишите формулу результирующего коэффициента передачи модельного компенсатора помех при фильтрации гауссовско-марковского процесса (с полосой α), имеющего спектральную плотность мощности (П1.3). Помеха — белый гауссовый шум с дисперсией σ^2 . Отношение мощности помех к мощности формирующего шума в сигнальном и компенсационном каналах

принять равным ($q_{21} = q_{22}$). Значение q_{21} и q_{22} установить много меньше единицы.

6. Составьте корреляционную матрицу смеси двух белых гауссовых шумов единичной дисперсии.
7. Как влияет неравномерность СКО в каналах компенсатора? Объясните почему.
8. Какая наиболее опасная по ширине полосы помеха для работы модельного компенсатора помех?
9. Как вы понимаете термин «слепое подавление помех» в контексте формирования моделей сигналов и помех?
10. Из каких соображений необходимо выбирать ширину окна вейвлет-преобразования входных сигналов?
11. Как влияет ширина частотной полосы выделяемого сигнала на размерность фильтра векторно-матричного компенсатора помех?
12. Как изменится дисперсия ошибки фильтрации при использовании векторно-матричного компенсатора, если квадрат коэффициента неравенства СКО помех в каналах равен 0,1; входное отношение сигнал—помеха —10 дБ.

РАЗДЕЛ Б

1. Информативные признаки распознавания сигналов в биспектральной области

Цели и задачи работы

Целью работы является изучение информативных признаков и решающих правил при распознавании сигналов, а также использование спектрального и биспектрального методов в данной задаче.

Основная задача работы — ознакомление с формированием информативных признаков и практикой решения данной задачи в спектральной и биспектральной областях.

Описание лабораторной установки

Работа выполняется в программном пакете Matlab 8.5 (R2015a).

Лабораторная установка реализована в модуле Simulink (рис. 1) и состоит из блоков формирования, преобразования и обработки сигналов, индикаторов параметров, дисплеев диаграмм и спектрограмм.

Данная схема представляет собой систему, в которой реализована возможность выбора типа исходного сигнала с дальнейшим его анализом в спектральной и биспектральной областях. Модель включает средства наблюдения за выходными параметрами, такими как графики спектров и биспектров, а также евклидовы расстояния между выходными и идеальными спектрами и биспектрами, которые позволяют оценивать правильность работы системы и ее эффективность.

Формирование входных сигналов происходит при помощи блоков с соответствующими названиями, а именно «Амплитудно-манипулированный сигнал», «Амплитудно-модулированный сигнал», «Частотно-модулированный сигнал» и «Фазомодулированный сигнал». Далее идет блок переключателей для выбора сигнала. После этого к сигналу добавляется гауссов шум из блока *Gaussian noise*. Тут же

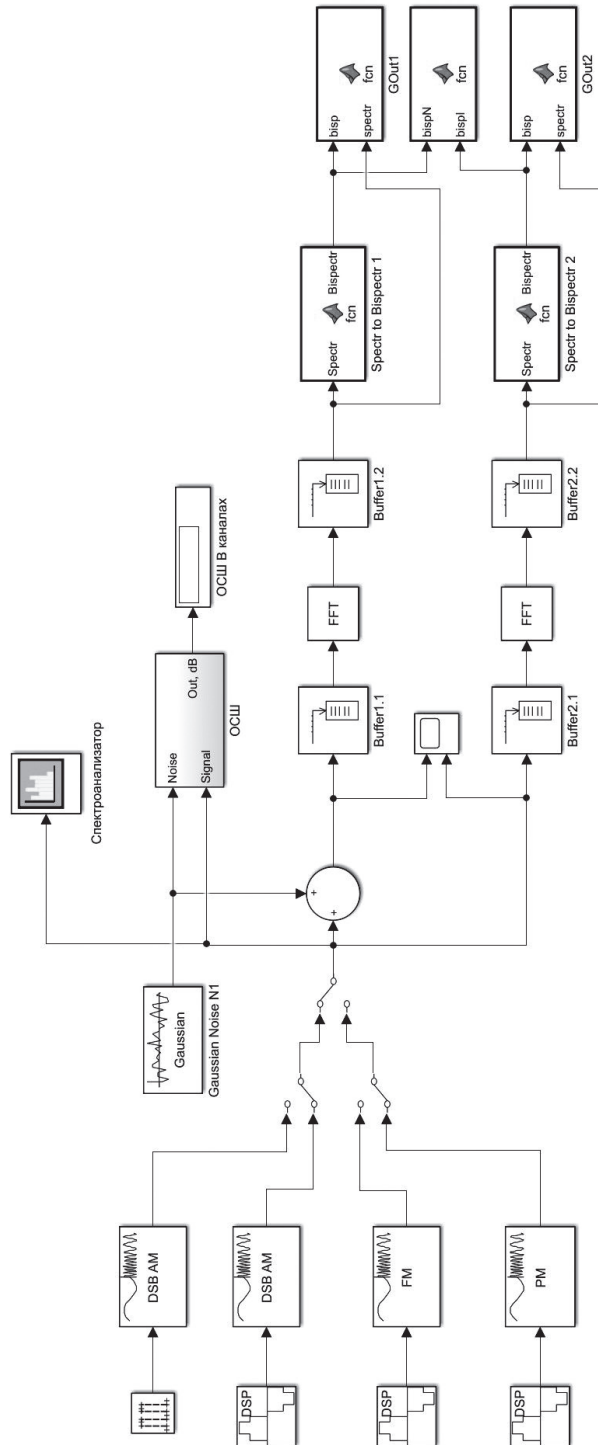


Рис. 1. Схема лабораторной установки в Simulink

присутствует блок ОСШ, который предназначен для расчета ОСШ входного сигнала.

Формирование спектра происходит при помощи блоков *Buffer1*, *FFT* и *Buffer2*. Блок *Buffer2* выполняет роль накопителя для возможности дальнейшего усреднения биспектра. За оценку биспектральной плотности отвечают блоки *Spectr to Bispectr*. В них формируются биспектр сигнала с аддитивным гауссовым шумом и биспектр шума. Для получения биспектра чистого сигнала производится вычитание биспектра шума из биспектра смеси сигнала с шумом.

Далее строятся графики (рис. 2), с помощью блоков *GOut1* и *GOut2*. Имеется возможность отключить построение графиков с помощью соответствующего переключателя между блоками. В блоке *GOut3* проводится расчет евклидова расстояния между идеальными и зашумленными спектрами и биспектрами сигналов.

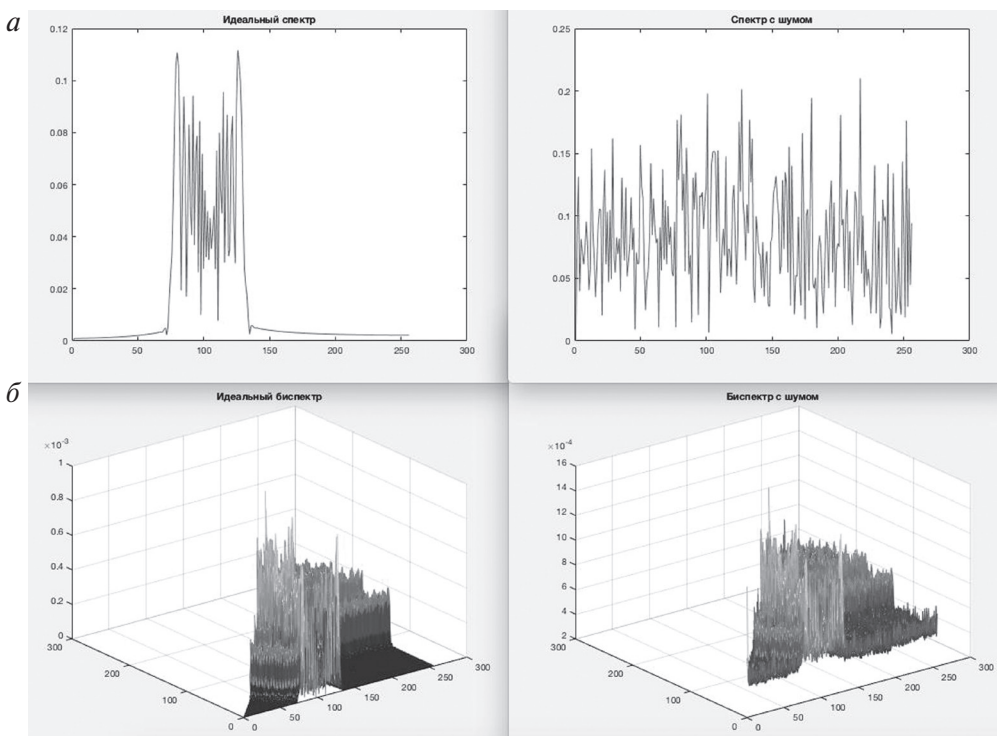


Рис. 2. Графики идеальных (а) и зашумленных (б) спектров (а) и биспектров (б)

Домашнее задание

В данной работе в качестве информативного признака используется биспектр сигнала определенного типа.

Требуется:

- повторить теорию формирования биспектра;
- изучить основные свойства биспектра;
- рассчитать биспектральную плотность и построить графики для амплитудно-манипулированного, амплитудно-модулированного, частотно-модулированного и фазомодулированного сигналов;
- пользуясь справочным материалом [120], выполнить следующие задачи классификации.

Задача 1. Используя евклидово расстояние, выполнить кластеризацию образов:

- образы: учебно-методический материал;
- признаки: количество страниц, количество картинок, количество таблиц, средняя длина слова;
- класс «учебное пособие»: (200,50,0,4), (150,37,0,5);
- класс «учебник»: (400,15,90,8), (500,3,105,7);
- класс «курсы лекций»: (80,200,5,6), (100,198,4,7).

Задача 2. Используя алгоритм K -средних [121], выполнить кластеризацию образов:

- образы: погода на сутки (летом);
- признаки: количество часов с дождем, количество солнечных часов, средняя температура воздуха, количество детей во дворе днем, скорость ветра;
- класс «хорошая погода»: (0,17,25,15,2), (1,16,24,13,3), (1,17,23,15,2);
- класс «плохая погода»: (20,0,18,1,7), (17,2,18,0,8), (18,1,19,2,7).

Задача 3. Используя расстояние Хэмминга, выполнить кластеризацию образов:

- образы: одежда;
- признаки: длина рукава, количество пуговиц, длина изделия;
- класс «футболка»: (15,0,60), (20,0,70);
- класс «рубашка»: (50,8,60), (60,9,60), (55,8,70);
- класс «летняя рубашка»: (15,6,60), (20,8,70), (20,7,65);
- класс «халат»: (15,9,120), (20,10,130), (25,9,115).

Экспериментальная часть

Необходимо выполнить действия в следующем порядке:

1. Перед запуском компьютерной модели **inf_priznaki** следует в главном меню **Simulation** выбрать подкоманду **Configuration Parameters** и задать параметр окончания моделирования **Stop time** равный $0,512 \cdot 300$ с, а параметр **Type** установить с помощью **Variable-step**.
2. Загрузить компьютерную модель **inf_priznaki**.
3. С помощью соответствующих переключателей выбрать в качестве сигнала амплитудно-манипулированный сигнал.
4. Установить параметр **Variance** блока **Gaussian Noise** равным 0,5.
5. Включить отображение графиков, повернув переключатель в положение «Показать графики».
6. Провести моделирование работы лабораторной установки, нажав в верхней части окна иконку «▶». При необходимости остановить моделирование можно с помощью кнопки «■».
7. Визуально изучить полученные графики, при необходимости скопировать для отчета, затем закрыть все окна с графиками.
8. Записать в таблицу значение ОСШ и соответствующие ему евклидовы расстояния для спектра и биспектра.
9. Изменить ОСШ с шагом около 1–2 дБ, увеличивая параметр **Variance** блока **Gaussian Noise** и повторить внесение данных в таблицу. Необходимо получить данные для не менее 10 точек.
10. Повторить пункты 3–9 для каждого типа сигнала.

Оформление отчета

Примерная структура отчета приведена в прил. 2. Отчет должен содержать зависимости евклидова расстояния между идеальными и зашумленными спектрами и биспектрами от ОСШ для различных типов сигналов, а также расчетные результаты домашнего задания.

2. Непараметрические алгоритмы обнаружения сигналов на фоне помех

Цели и задачи работы

Цель работы — изучить основные разновидности непараметрических (слепых) методов обнаружения импульсного сигнала с неизвестным временем прихода на фоне помех с симметричным (гауссовским) распределением.

Основная задача — сравнить непараметрические (знаковый и линейный) алгоритмы обнаружения полезного сигнала со слепыми на основе кумулянтов высших порядков.

Описание лабораторной установки

Работа выполняется в программном пакете Matlab (версия R2015a). Принято допущение о том, что предварительно оценен период следования импульсов, но время появления обнаруживаемого импульса в периоде неизвестно и случайно. Помеха — белый гауссов шум и шум с равномерным распределением.

Общая схема моделирования приведена на рис. 3. Лабораторная установка реализована в модуле Simulink и представляет собой набор обнаружителей сигнала, в которых реализованы непараметрические алгоритмы обработки. Установка позволяет получать зависимости вероятности ошибки распознавания сигнала (1 или 0) от различных параметров. Она состоит из источника сигнала и шума, измерителей различных статистик, линий задержек, формирователей порогов, формирователей импульсов, анализаторов ошибок и индикаторов результатов измерений и дисплея.

Работа схемы (рис. 3) представляет собой вычисление соответствующих статистик (блоки «Знаковый алгоритм», «Линейный алгоритм», «Измеритель кумулянта 4-го порядка», «Измеритель кумулянта 3-го порядка»), а затем формирование (при превышении порога) на их основе импульсов сообщения с помощью D-триггера (рис. 4). Если порог не превышен, то на выходе триггера устанавливается 0.

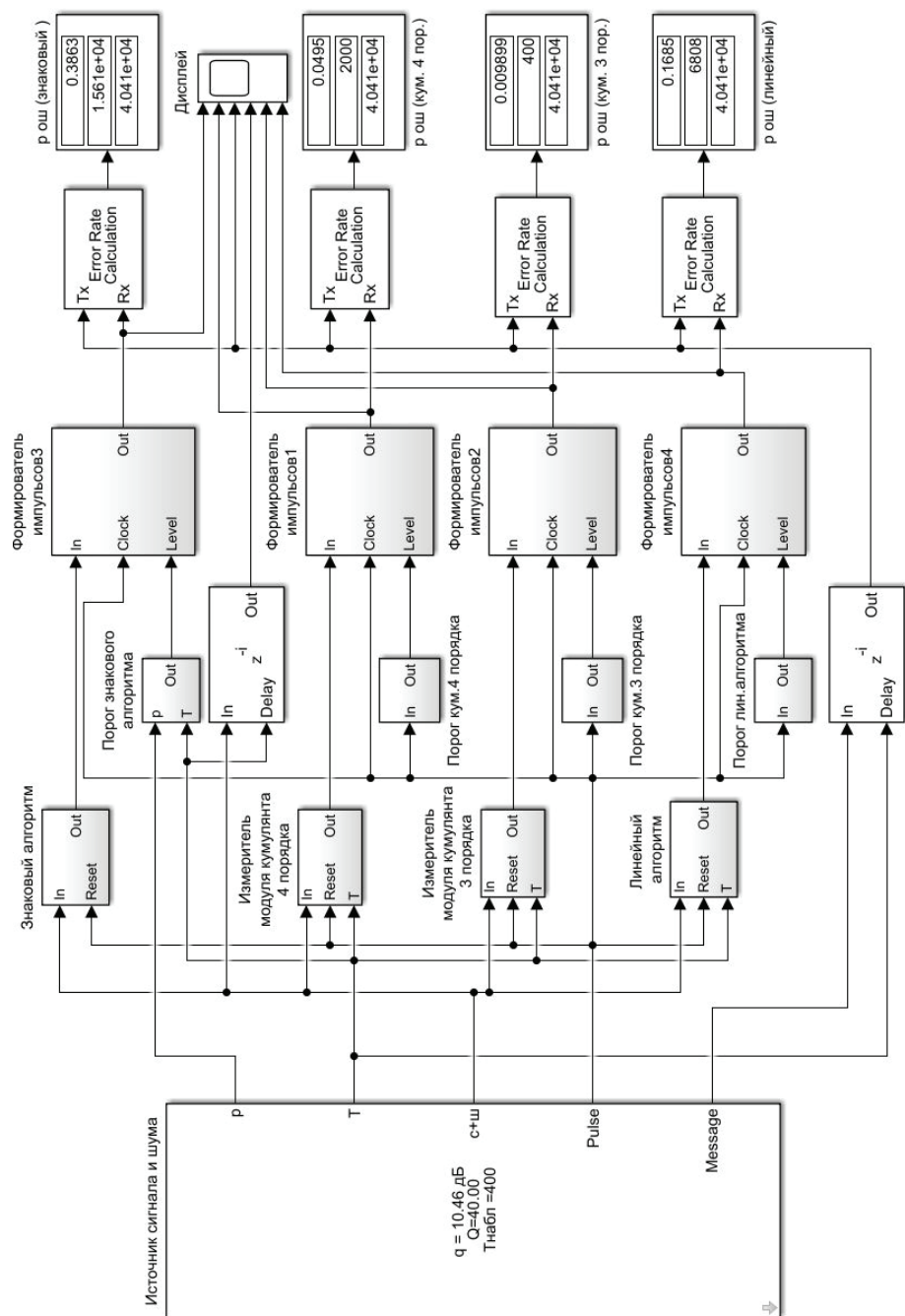


Рис. 3. Экспериментальная установка в Simulink, реализующая алгоритмы обнаружения импульсных сигналов на основе знаковой, линейной и кумулянтных статистик

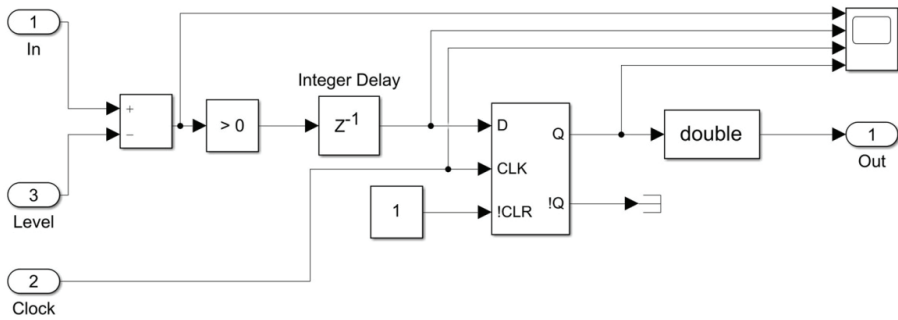


Рис. 4. Формирователь импульсов в пакете Simulink

Отношение сигнал-шум, тип помехи (переключатель Uniform/WGN), тип задержки (переключатель Rand delay/Det delay), длительность импульсов и время наблюдения устанавливаются в блоке, приведенном на рис. 5.

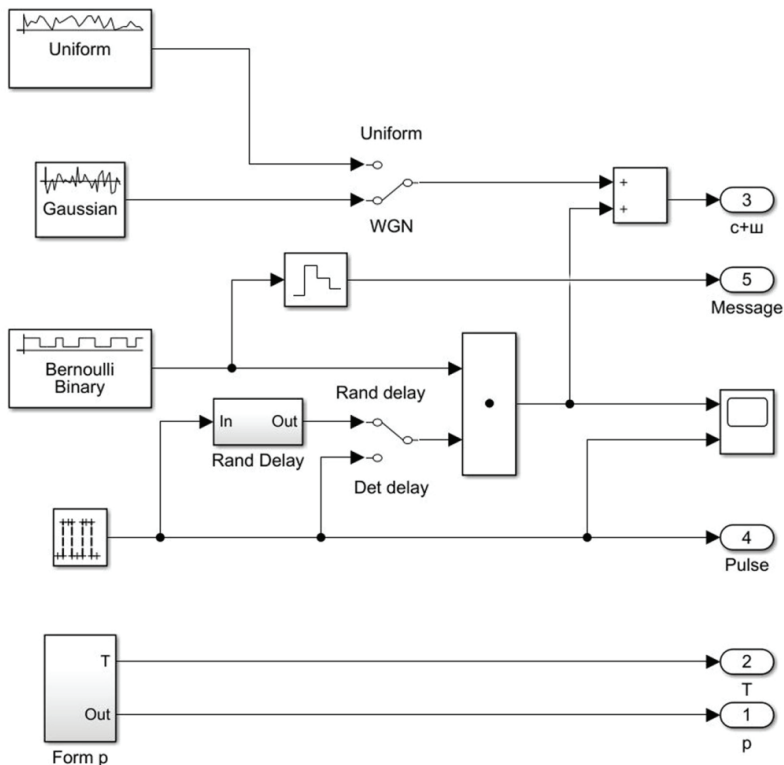


Рис. 5. Формирователь сигнала и гауссова (или с равномерным распределением) шума в пакете Simulink

Алгоритмы на основе кумулянтов 3- и 4-го порядков в Simulink изображены на рис. 6 и 7 соответственно.

Лабораторная установка позволяет получить зависимости вероятности ошибки приема импульса от отношения мощности сигнал—шум и от скважности при разных помехах с симметричным распределением. Помехи выбираются с помощью переключателя: белый гауссов шум — положение WGN, помеха с равномерным распределением — положение Uniform.

Измерения проводятся на одном периоде нормализации $K = 1$. Время появления импульса можно задавать случайным (переключатель в положении Rand delay) или детерминированным, т. е. постоянным от периода к периоду (переключатель в положении Det delay).

Домашнее задание

В работе для обнаружения импульсного сигнала на фоне помех с гауссовским и равномерным распределениями используются два непараметрических и два слепых алгоритма. Достоинством этих алгоритмов является их инвариантность к задержке сигнала и априорная неопределенность относительно типа распределения помехи.

Требуется:

- изучить теоретическую часть по непараметрической обработке сигналов;
- используя выражения средней вероятности ошибки (1.13), (1.16), (1.17), (3.32) при приеме импульса с неизвестным временем прихода, построить:
 - зависимость $p_{\text{ош}}$ от скважности Q с параметрами $q = 5$ дБ и $T_{\text{н}} = 40$ для гауссовой помехи;
 - зависимости $p_{\text{ош}}$ от отношения мощности сигнал—помеха с параметрами $Q = 40$ и $T_{\text{н}} = 40$ (400, 4000 отсчетов) для гауссовой помехи;
 - зависимость $p_{\text{ош}}$ от времени наблюдения при использовании с параметрами $Q = 10$ и $q = 10$ дБ для гауссовой помехи;
- оценить значения Q , при которых зависимость $p_{\text{ош}}$ принимает максимум и минимум;
- определить порог принятия решения для всех алгоритмов при амплитуде импульса равной σ_s . Длительность импульса считать равной τ .

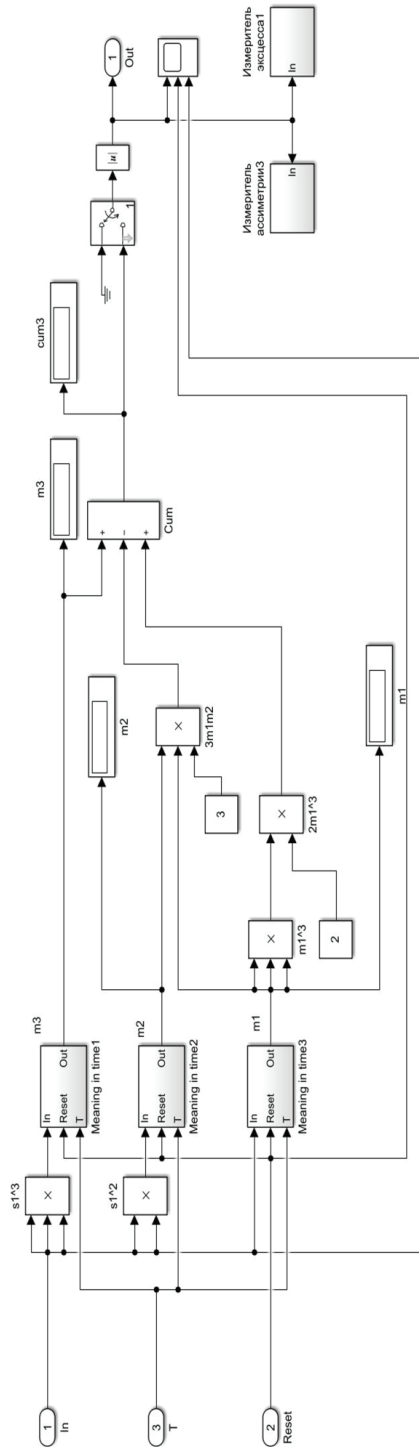


Рис. 6. Алгоритм обнаружения импульсного сигнала с использованием кумулянта 3-го порядка в пакете Simulink

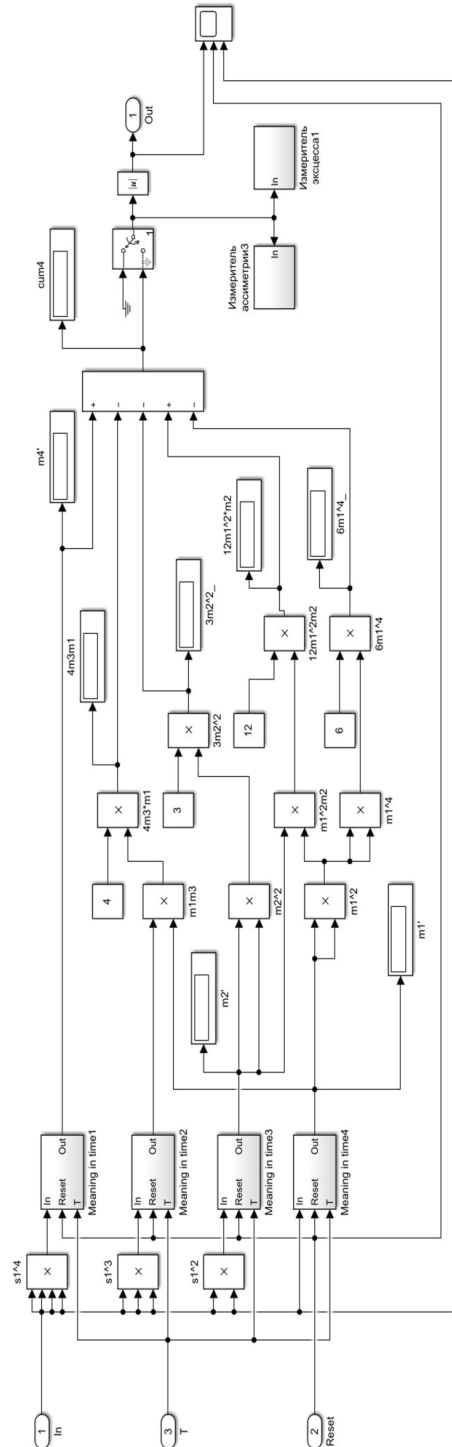


Рис. 7. Алгоритм обнаружения импульсного сигнала с использованием кумулянта 4-го порядка в пакете Simulink

Экспериментальная часть

Необходимо выполнить следующие действия:

1. Перед запуском Simulink установить текущую папку, где находится компьютерная модель **NonParamAlg**.

2. Загрузить компьютерную модель **NonParamAlg**.

3. В главном меню выбрать подкоманду **Configuration Parameters** и задать параметр окончания моделирования **Stop time** равный $4 \cdot 10^5$ при $T_n = 40$; $4 \cdot 10^6$ при $T_n = 400$; $10 \cdot 10^6$ при $T_n = 4000$, а параметр **Type** установить с помощью **Variable-step**.

4. Установить отношение сигнал—помеха, скважность импульсов и период наблюдения, путем двойного нажатия на блок **Источник сигнала и шума**.

5. Установить тип помехи и задержки; нажать стрелку на блоке **Источник сигнала и шума** и, войдя в модель, установить переключатели **Uniform/WGN** и **Rand delay/Det delay** в нужное положение.

6. Провести моделирование работы лабораторной установки, нажав в верхней части окна иконку «▶». Остановить моделирование можно с помощью кнопки «■».

7. Снять зависимости вероятности ошибки от отношения мощности сигнал—шум в диапазоне от -10 до 30 дБ для линейного и знакового алгоритмов, алгоритмов на основе статистики 3-го и 4-го порядка при скважности импульсов $Q = 40$ и времени наблюдения 40 отсчетов; длина выборки — $4 \cdot 10^5$ отсчетов; помеха гауссова; задержка детерминированная.

8. Снять зависимости вероятности ошибки от отношения мощности сигнал—шум в диапазоне от -10 до 20 дБ для линейного и знакового алгоритмов, алгоритмов на основе статистики 3-го и 4-го порядка при скважности импульсов $Q = 40$ и времени наблюдения 400 отсчетов; длина выборки — $4 \cdot 10^6$ отсчетов; помеха гауссова; задержка детерминированная.

9. Снять зависимость вероятности ошибки от отношения мощности сигнал—шум в диапазоне от -10 до 20 дБ для линейного и знакового алгоритмов, алгоритмов на основе статистики 3-го и 4-го порядка при скважности импульсов $Q = 40$ и времени наблюдения 4000 отсчетов; длина выборки — $10 \cdot 10^6$ отсчетов; помеха гауссова; задержка детерминированная.

10. Снять зависимость вероятности ошибки от скважности импульсов Q в диапазоне от 1 до 40 для алгоритмов на основе статисти-

ки 3-го и 4-го порядка при $q = 5$ дБ и $T_n = 40$; длина выборки — $4 \cdot 10^5$ отсчетов; помеха гауссова; задержка детерминированная.

11. Выполнить пп. 7–10 для случайной задержки импульсов.

12. Выполнить пп. 7–10 для помехи с равномерным распределением.

13. Определить доверительный интервал измерений для алгоритмов на основе статистик 3-го и 4-го порядка для соответствующего числа испытаний, периода наблюдения и отношений сигнал—шум, указанных в нижеприведенной форме. Заполнить нижеприведенную форму (помеха гауссова; задержка детерминированная; при каждом испытании необходимо менять *начальные условия* генерации помех путем двойного нажатия на блок **Источник сигнала и шума**).

Длина выборки (отсчеты)/Число испытаний/ q , дБ/ T_n (отсчеты)	Моделируемое среднее значение вероятности ошибки алгорит- мов на основе ста- тистик 3-го и 4-го порядка	Доверительный интервал значе- ний вероятности ошибки алгорит- мов на основе ста- тистик 3-го и 4-го порядка	Расчетное значе- ние вероятности ошибки алгорит- мов на основе ста- тистик 3-го и 4-го порядка
$4 \cdot 10^5/10/20$ дБ/40/...../...../.....
$4 \cdot 10^6/5/10$ дБ/400/...../...../.....
$10 \cdot 10^6/5/7$ дБ/4000/...../...../.....

Определить, попадает ли среднее значение $p_{\text{ош}}$ в доверительный интервал $\pm 3\sigma$. Сравнить с расчетным значением для указанных алгоритмов.

14. Для параметров в п. 13 снять пороги обнаружения и сравнить их с расчетными.

Оформление отчета

Примерная структура отчета приведена в прил. 2. Отчет должен содержать результат исследования зависимостей (теоретических и моделируемых) вероятности ошибки линейного и знакового алгоритмов, алгоритмов на основе статистики 3-го и 4-го порядка от скважности импульсов и отношения сигнал—шум при различных T_n , при случайной и детерминированной задержках, при гауссовой помехе.

Отдельно на одном графике изобразить моделируемые зависимости для помех с гауссовским и равномерным распределениями при детерминированной задержке. Сравнить их.

Включить в отчет заполненную форму, приведенную на с. 155. Сделать выводы по всем полученным зависимостям.

3. Подавление помех с использованием алгоритмов слепого выделения сигналов

Цели и задачи работы

Цель работы состоит в том, чтобы изучить методы слепого подавления помех с использованием алгоритмов слепого выделения сигнала на основе статистик высших порядков и использования нейронной сети.

Основная задача работы — сформировать навыки использования методов подавления помех, а также изучить влияние параметров алгоритмов слепого выделения на эффективность подавления помех и фильтрации полезных сигналов.

Описание лабораторной установки

Работа выполняется в программном пакете Matlab (версия R2015a) и состоит из двух частей: первая часть по теме «Компенсационный метод слепого подавления негауссовых помех при выделении гауссовых сигналов», вторая — по теме «Фильтрационный метод слепого подавления гауссовых помех при выделении импульсных сигналов».

Общая схема моделирования приведена на рис. 8 и 9.

Компенсационный метод слепого подавления негауссовых помех при выделении гауссовых сигналов

Лабораторная установка по теме реализована в модуле Simulink и представляет собой набор алгоритмов слепого выделения негауссовых сигналов, фильтрующих негауссовые помехи. Затем происходит их удаление из смеси с сигналом. Перед слепым выделением происходит обеление смеси.



Рис. 8. Экспериментальная установка в Simulink, реализующая компенсационный метод слепого подавления негауссовых помех при выделении гауссовых сигналов

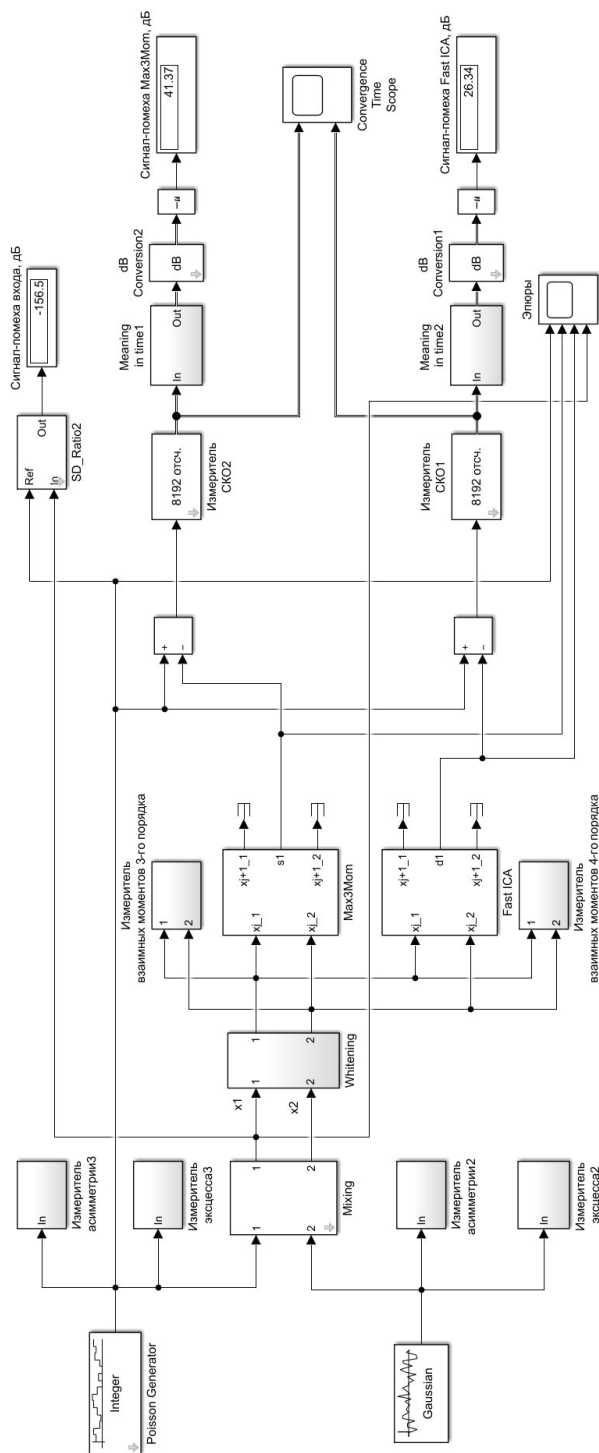


Рис. 9. Экспериментальная установка в Simulink, реализующая фильтрационный метод слепого подавления гауссовых помех при выделении импульсных сигналов

Установка состоит из источника сигнала и шума, измерителей различных статистик, канала смешивания сигналов, блока обеления, алгоритмов слепого выделения, блоков удаления помехи, измерителей СКО и отношения мощности сигнал—помеха на выходе, индикаторов результатов измерений и дисплеев.

Работа схемы (см. рис. 8) представляет собой формирование гауссовско-марковского полезного сигнала и 3 видов помех — квадратичный гауссовский ($УНП^2$), пуассоновский процесс (Poisson Generator), процесс с равномерным распределением (Uniform Noise Generator). Выбор помехи производится с помощью двух переключателей («Помеха1» и «Помеха2»). Затем сигнал с помехой смешиваются в блоке Mixing с параметром смешивания σ (см. формулу (2.9)). Далее по двум каналам смеси подаются на блок обеления (Whitening), после чего с помощью соответствующих алгоритмов типа FastICA, KuicNet, AbsKurt выделяется негауссова помеха, которая вычитается из смеси в блоке Deflation. Для гарантированной сходимости градиентных алгоритмов KuicNet и AbsKurt можно задавать параметр μ внутри каждого блока (выделено красным цветом). Оценка отношения сигнал—шум на выходе проводится с помощью измерителей SD_Ratio. Дисплей «Эпюры» отображает временные диаграммы (сверху вниз) полезного сигнала, отфильтрованные алгоритмами FastICA, KuicNet, AbsKurt сигналы. Дисплей Convergence Time Score предназначен для показа сходимости алгоритмов.

Фильтрационный метод слепого подавления гауссовых помех при выделении импульсных сигналов

Лабораторная установка реализована в модуле Simulink и представляет собой два алгоритма слепого выделения негауссовых сигналов, основанных на статистиках 3-го и 4-го порядков. Перед слепым выделением происходит обеление смеси. Блок удаления отсутствует по причине выделения негауссова сигнала и отсутствия необходимости удалять его из смеси с помехой.

Установка состоит из источников сигнала и шума, измерителей различных статистик, канала смешивания сигналов, блока обеления, алгоритмов слепого выделения, блоков вычитания, измерителей СКО и отношения мощности сигнал—помеха на выходе, индикаторов результатов измерений и дисплеев.

Работа схемы (см. рис. 9) представляет собой формирование пуассоновского полезного сигнала (Poisson Generator) и гауссовой помехи (Gaussian Noise Generator). Затем сигнал с помехой смешиваются в блоке Mixing с параметром смешивания σ (см. формулу (2.9)). Далее по двум каналам смеси подаются на блок обеления (Whitening), после чего с помощью алгоритмов FastICA и Max3Mom выделяется негауссов сигнал. Знак асимметрии сигнала задается внутри блока Max3Mom (выделено красным цветом). Оценка отношения сигнал—шум на выходе проводится с помощью измерителей СКО. Дисплей «Эпюры» Score отображает временные диаграммы (сверху вниз) полезного сигнала, отфильтрованные алгоритмами FastICA, и Max3Mom, зашумленный сигнал. Дисплей Convergence Time Score предназначен для показа сходимости алгоритмов.

Домашнее задание

В работе для слепого подавления помех используются четыре алгоритма слепого выделения сигналов, которые способны работать при априорной неопределенности относительно распределений сигналов и помех за исключением предположений о различии эксцессов или асимметрий сигнала и помехи.

Требуется:

- рассчитать асимметрию и эксцесс процесса Пуассона при $\lambda_{\Pi} = 0,15; 1; 10$;
- записать формульное выражение эксцесса процесса с равномерным распределением, нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 ;
- вычислить собственные и взаимные моменты 3-го и 4-го порядка смесей по формулам (2.11) и (2.16), если выделяется процесс Пуассона с интенсивностями $\lambda_{\Pi} = 0,15; 1; 10$ и $\sigma = 0,7$;
- определить число обусловленности матрицы Гессе, если выделяемый процесс имеет эксцессы равные 10; 6,6; 3,3; 2; 1; 0,1; 0,01. Используется алгоритм FastICA. Результат занести в таблицу;
- по матрице смешивания **H** вычислить отношение мощности сигнал—помеха в двух каналах смешивания при $\sigma = 0,85; 0,8; 0,75; 0,7; 0,65; 0,6; 0,55; 0,5$. Результат занести в таблицу в децибелах.

Экспериментальная часть

Компенсационный метод слепого подавления негауссовских помех при выделении гауссовских сигналов

Необходимо выполнить следующие действия:

1. Перед запуском Simulink установить текущую папку, где находится компьютерная модель **BlindComp**.
2. Загрузить компьютерную модель **BlindComp**.
3. В главном меню выбрать подкоманду **Configuration Parameters** и задать параметр окончания моделирования **Stop time** равный 300, а параметр **Type** установить с помощью **Variable-step**.
4. Выбрать с помощью переключателей «Помеха1» и «Помеха2» тип помехи. В блоке **Mixing** установить параметр σ .
5. Путем двойного нажатия на блок **Poisson Generator** войти в меню и установить интенсивность λ_{Π} . Аналогично установить ширину полосы сигнала α в блоках «Гауссово-марковский процесс» и «УНП²»; установить центральную частоту ω_0 в блоке «УНП²».
6. Провести моделирование работы лабораторной установки, нажав в верхней части окна иконку «▶». Остановить моделирование можно нажатием кнопки «■».
7. Снять зависимости отношения мощности сигнал–помеха на выходе q от параметра σ в диапазоне от 0,85 до 0,5 при разных алгоритмах слепого выделения гауссовско-марковского сигнала ($\alpha = 0,1$) на фоне негауссовского узкополосного процесса²⁰ ($\omega_0 = \pi/16$, $\alpha = 0,1$).
8. Снять зависимости отношения мощности сигнал–помеха на выходе q от величины эксцесса помехи в диапазоне от 10 до 0,01 при разных алгоритмах слепого выделения гауссовско-марковского сигнала ($\alpha = 0,1$) на фоне процесса Пуассона при $\sigma = 0,7$.
9. Снять зависимости отношения мощности сигнал–помеха на выходе q от параметра σ в диапазоне от 0,85 до 0,5 при разных алгоритмах слепого выделения гауссовско-марковского сигнала ($\alpha = 0,1$) на фоне процесса Пуассона (с интенсивностью $\lambda_{\Pi} = 0,15$).
10. Снять зависимости отношения мощности сигнал–помеха на выходе q от параметра σ в диапазоне от 0,85 до 0,5 при разных ал-

²⁰ Эксцесс равен 10,9.

горитмах слепого выделения гауссовско-марковского сигнала ($\alpha = 0,1$) на фоне широкополосного равномерного процесса.

11. С дисплея **Convergence Time Score** зарисовать средний квадрат ошибки воспроизведения гауссовско-марковского процесса на фоне процесса Пуассона, полученный с помощью алгоритма **FastICA** (синяя линия), **KuicNet** (зеленая линия) и **AbsKurt** (красная линия) при следующем наборе параметров: $\sigma = 0,7$ и $\lambda_{\Pi} = 0,1$; $\sigma = 0,7$ и $\lambda_{\Pi} = 0,15$; $\sigma = 0,65$ и $\lambda_{\Pi} = 0,15$. Записать расчетный и измеренный эксцесс помехи. Зафиксировать время адаптации для всех алгоритмов.

Фильтрационный метод слепого подавления гауссовых помех при выделении импульсных сигналов

Необходимо выполнить следующие действия:

1. Перед запуском **Simulink** установить текущую папку, в которой находится компьютерная модель **BlindFilter**.

2. Загрузить компьютерную модель **BlindFilter**.

3. В главном меню выбрать подкоманду **Configuration Parameters** и задать параметр окончания моделирования **Stop time** равный 500, а параметр **Type** установить с помощью **Variable-step**.

4. В блоке **Mixing** установить параметр σ .

5. Путем двойного нажатия на блок **Poisson Generator** войти в меню и установить интенсивность λ_{Π} .

6. Провести моделирование работы лабораторной установки, нажав в верхней части окна иконку «▶». Остановить моделирование можно путем нажатия кнопки «■».

7. Снять зависимости выигрыша G^{21} от отношения сигнал—помеха на входе при разных алгоритмах слепого выделения процесса Пуассона на фоне белого гауссова шума (при $\lambda_{\Pi} = 0,15$).

8. Снять зависимости выигрыша G от интенсивности λ_{Π} при разных алгоритмах слепого выделения процесса Пуассона на фоне белого гауссова шума (при $\sigma = 0,7$).

9. С дисплея **Convergence Time Score** зарисовать средний квадрат ошибки воспроизведения процесса Пуассона, полученный с помощью алгоритма **FastICA** (зеленая линия) и **Max3Mom** (синяя линия)

²¹ Определяется как разность отношений мощности сигнал—помеха на выходе и на входе в децибелах.

при следующих параметрах: $\sigma = 0,57$ и $\lambda_{\Pi} = 0,15$; $\sigma = 0,6$ и $\lambda_{\Pi} = 0,15$; $\sigma = 0,7$ и $\lambda_{\Pi} = 0,15$. Записать расчетный и измеренный эксцесс помехи. Зафиксировать время адаптации для всех алгоритмов.

Оформление отчета

Примерная структура отчета приведена в прил. 2. Отчет должен содержать результаты исследования фильтрационных и компенсационных методов слепого подавления помех на основе алгоритмов слепого выделения сигналов:

- компенсационный метод:
 - табличные и графические зависимости отношения мощности сигнал—помеха на выходе q от параметра σ для алгоритмов FastICA, KuicNet и AbsKurt и всех исследуемых помех;
 - табличные и графические зависимости отношения мощности сигнал—помеха на выходе q от величины эксцесса помехи Пуассона для алгоритмов FastICA, KuicNet и AbsKurt;
 - зависимость среднего квадрата ошибки от времени;
- фильтрационный метод:
 - табличные и графические зависимости выигрыша G от отношения сигнал—помеха на входе и интенсивности λ_{Π} при разных алгоритмах слепого выделения (Max3Mom, FastICA) процесса Пуассона на фоне белого гауссова шума;
 - зависимости среднего квадрата ошибки от времени.

Сделать выводы по всем полученным зависимостям.

4. Компенсация помех на основе биспектрального преобразования сигналов

Цели и задачи работы

Целью работы является исследование влияния некоррелированных гауссовых помех в каналах адаптивного компенсатора с биспектральной обработкой. Также проводится сравнение влияния данных помеховых воздействий на компенсатор, функционирующий в би-

спектральной области, с аналогичным по структуре компенсатором в спектральной области.

Основная задача работы — ознакомление с теорией и практикой адаптивной фильтрации в спектральной и биспектральной областях.

Описание лабораторной установки

Работа выполняется в программном пакете Matlab (версия R2015a) и состоит из двух частей: первая часть по теме «Компенсация в спектральной области», вторая — по теме «Компенсация в биспектральной области».

Компенсация в спектральной области

Лабораторная установка реализована в модуле Simulink (рис. 10) и состоит из блоков формирования, преобразования и обработки сигналов, индикаторов параметров, дисплеев диаграмм и спектрограмм.

Данная схема представляет собой систему адаптивной компенсации помех с источниками шума в каналах и полезным сигналом, параметры которых можно изменять в широких пределах. Также схема включает средства наблюдения за выходными параметрами, которые позволяют оценивать правильность работы системы и ее эффективность.

Формирование полезного сигнала происходит при помощи блоков *Bernoulli Binary Generator*, *Pulse Generator* и *Switch*. Блок *Bernoulli Binary Generator* представляет собой генератор псевдослучайной бинарной последовательности с распределением Бернулли.

Далее следует формирование помехового сигнала для входного и эталонного каналов компенсатора при помощи блока *Rayleigh Noise Generator 1*. Данный элемент является генератором шума с распределением Рэлея.

Формирование входного сигнала производится путем сложения в блоке суммирования чистого полезного сигнала и рэлеевского шума. Формирование эталонного сигнала производится путем сложения в блоке суммирования шума, присутствующего во входном сигнале и некоррелированного с ним рэлеевского шума, который генерируется блоком *Rayleigh Noise Generator 2*. Добавление рэлеевского шума в эталонный сигнал необходимо для того, чтобы шум во входном сиг-

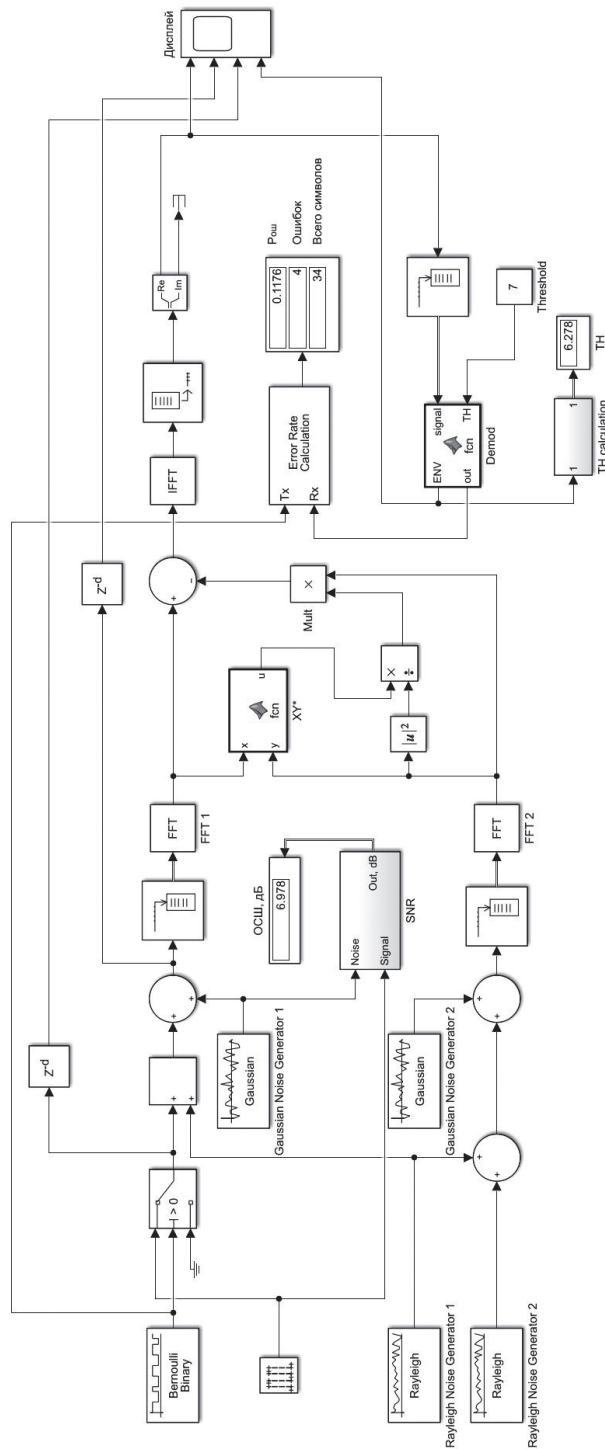


Рис. 1.10. Схема лабораторной установки в Simulink

нале не имел полного совпадения с шумом в эталонном сигнале, однако был с ним некоторым образом коррелирован. Это значит, что параметр **Initial seed** не должен совпадать с блоком *Rayleigh Noise Generator 1*.

Далее производится сложение сигналов в каждом из каналов с гауссовым шумом. За формирование гауссова шума отвечают блоки *Gaussian Noise Generator 1* и *Gaussian Noise Generator 2*. Для оценки параметров входного сигнала производится вычисление ОСШ для шума в каналах компенсатора.

После добавления в каналы некоррелированных шумов производится накопление в буфер блоками *Buffer 1* и *Buffer 2* для каналов со входным сигналом и эталонным соответственно. Далее производится процедура БПФ посредством блоков *FFT 1* и *FFT 2*.

Адаптивная обработка производится с помощью нескольких блоков, отмеченных зеленым цветом. В них выполняются операции согласно выражению (3.18).

После этого сигнал поступает на блок *IFFT*, который производит обратное преобразование Фурье, переводя сигнал во временную область. Далее сигнал подается на блок *Unbuffer*, который из последовательности массивов отсчетов формирует непрерывный сигнал, а в блоке *Complex to Real-Imag* разделяется на реальную и мнимую части.

После сглаживания сигнал через буфер величиной, равной длине посылки информационного сигнала, поступает на вход блока *Demod*. Данный компонент является простым демодулятором, функционирующим по принципу порогового детектора. Порог выставляется вручную и подается на вход ТН в виде константы. При выборе порогового значения можно руководствоваться результатом вычисления, полученным с помощью блока *TH calculation*. На выход **out** выводится информационная последовательность, полученная в результате демодуляции. На выход **ENV** подается огибающая сигнала.

Блок *Error Rate Calculation* является анализатором ошибок и предназначен для вычисления вероятности ошибки. На вход T_x подается исходная информационная последовательность, а на вход R_x — последовательность, полученная на выходе демодулятора. Выходная информация отображается в блоке *Display*. Анализатор ошибок выполняет подсчет общего числа принятых символов (нижний индикатор дисплея), число ошибочных символов (средний индикатор дисплея) и вероятность ошибки приема символа (верхний индикатор дисплея).

Блок *Scope* служит для отображения осциллограмм сигналов. Здесь отображены сверху вниз выходной сигнал на выходе системы, входной сигнал с шумами до фильтрации, исходный амплитудно-манипулированный сигнал, огибающая выходного сигнала.

Компенсация в биспектральной области

Лабораторная установка по теме реализована в модуле Simulink (рис. 11) и состоит из блоков формирования сигналов, преобразования, обработки, индикаторов параметров, дисплеев диаграмм и спектрограмм.

Формирование сигнала производится аналогично тому, как это реализовано в предыдущей части лабораторной работы. Оценка ОСШ в каналах компенсатора также производится аналогичными средствами.

После добавления в каналы некоррелированных шумов производится накопление в буфер с помощью блоков *Buffer 1 X* и *Buffer 1 Y* со входного и эталонного сигналов соответственно. Параметры данных блоков идентичны — Output buffer size (per channel): 256 — выходной размер буфера N в отсчетах. Данный параметр соответствует периоду модулируемого сигнала на входе и определяет период БПФ в дальнейшей процедуре биспектрального оценивания по прямому методу. Остальные параметры блока берутся по умолчанию, как и для всех блоков буфера в этой модели.

После буфера производится вычитание из сигналов их СКО, которое вычисляется с помощью блоков *RMS X* и *RMS Y*.

Далее производится накопление в буфер, величина которого определяется как произведение периода БПФ N и количества усреднений биспектра M . В описываемой системе количество усреднений $M = 50$. Соответственно размер буфера $N \cdot M = 12800$.

По умолчанию устанавливается M периодов БПФ входного сигнала и столько же периодов эталонного сигнала в одном массиве на выходах *Buffer 2 X* и *Buffer 2 Y*. Массив отсчетов входного сигнала, преобразованного в частотную область, поступает на блок *Spectr to Bispectr*, в котором производится N оценок биспектра с последующим усреднением, для получения на выходе одной усредненной оценки биспектра. На блок *Adapt filter* поступают массивы отсчетов входного и эталонного сигналов, преобразованных в частотную область. Далее, согласно выражению для коэффициента передачи (3.25), находятся N взаимных

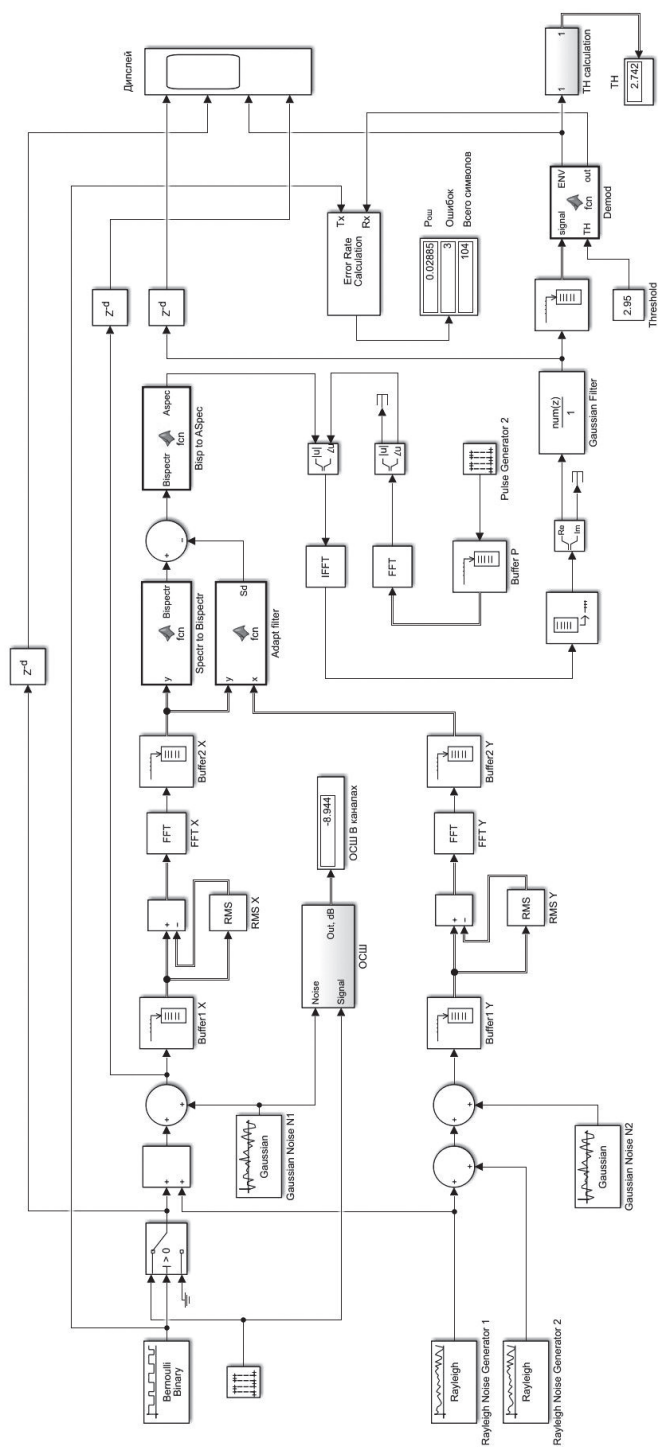


Рис. 11. Схема лабораторной установки в Simulink

биспектральных оценок входного и эталонного сигналов с последующим усреднением и вычисляется биспектр оценки помехи, который подается на выход блока. Впоследствии производится вычитание этого биспектра из биспектра входного сигнала.

Блоки *Spectr to Bispectr* и *Adapt filter* по сути являются функциями MATLAB и содержат внутри себя программный код. Биспектральная оценка в этих алгоритмах производится по следующей формуле:

$$B(i-k, k) = S(i-k)S(k)S^*(i).$$

Взаимные биспектры определяются следующими соотношениями:

$$B_{xy}(i-k, k) = S_x(i-k)S_x(k)S_y^*(i),$$

$$B_{yx}(i-k, k) = S_y(i-k)S_y(k)S_x^*(i),$$

где S_x — спектральная плотность входного сигнала; S_y — спектральная плотность эталонного сигнала.

Пример биспектра сигнала после компенсации изображен на рис. 12.

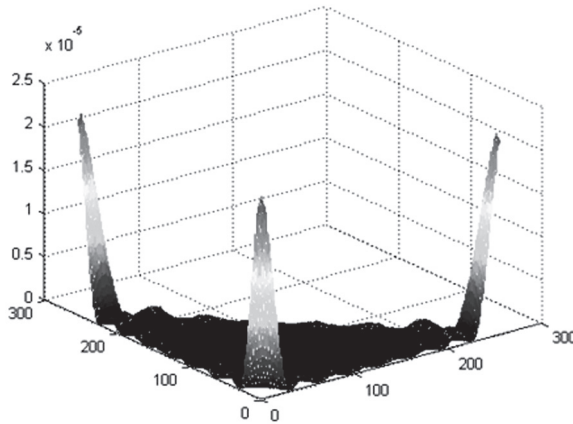


Рис. 12. Биспектр сигнала на выходе компенсатора

Далее скомпенсированный сигнал поступает на блок *Bisp to ASpec*, в котором производится восстановление амплитудного спектра из биспектра с использованием рекурсивного алгоритма (3.6). Блок *Bisp to ASpec* так же, как и предыдущие два блока, реализован в виде функции MATLAB.

Полученный амплитудный спектр поступает на вход блока *Complex to Magnitude-Angle*. Вместе с ним туда поступает идеальный фазовый спектр исходного модулируемого прямоугольного сигнала.

Идеальный фазовый спектр формируется при помощи блоков *Pulse generator 2*, *Buffer P*, *FFT2* и *Complex to Magnitude-Angle*. Размер буфера *Buffer P* аналогичен размеру буферов *Buffer 1 X* и *Buffer 1 Y*. Блок *FFT* формирует спектр, а блок *Complex to Magnitude-Angle*, предназначенный для разделения абсолютной и мнимой части сигнала, в данном случае выделяет фазовый спектр из полного спектра.

Восстановление полного спектра сигнала в блоке *Complex to Magnitude-Angle* производится согласно следующему известному соотношению:

$$S(\omega) = |S(\omega)| e^{i\varphi_s(\omega)},$$

где $|S(\omega)|$ — амплитудный спектр сигнала; $\varphi_s(\omega)$ — фазовый спектр сигнала.

Далее восстановленный спектр сигнала поступает на блок *IFFT*, который производит обратное преобразование Фурье, переводя сигнал во временную область, затем сигнал поступает на блок *Unbuffer*, который из последовательности массивов отсчетов производит непрерывный сигнал. Далее сигнал поступает на блок *Complex to Real-Imag*, предназначенный для разделения сигнала на реальную и мнимую часть.

Реальная часть сигнала поступает на вход блока *Gaussian Filter*, который используется для сглаживания выходного сигнала. Параметр **Input samples per symbol (N)** выставляется равным длине импульса прямоугольного сигнала на входе системы.

После сглаживания сигнал через буфер величиной, равной длине посылки информационного сигнала, поступает на вход блока *Demod*. Данный компонент является простым демодулятором, функционирующим по принципу порогового детектора. Порог выставляется вручную и подается на вход ТН в виде константы. При выборе порогового значения можно руководствоваться результатом вычисления, полученным с помощью блока *TH calculation*. На выход **out** выводится информационная последовательность, полученная в результате демодуляции. На выход ENV подается огибающая сигнала.

Блок *Error Rate Calculation* является анализатором ошибок и предназначен для вычисления вероятности ошибки. На вход T_x подается исходная информационная последовательность, а на вход R_x — по-

следовательность, полученная на выходе демодулятора. Выходная информация отображается в блоке *Display*. Анализатор ошибок выполняет подсчет общего числа принятых символов (нижний индикатор дисплея), число ошибочных символов (средний индикатор дисплея) и вероятность ошибки приема символа (верхний индикатор дисплея).

Блок *Scope* служит для отображения осциллограмм сигналов. Здесь отображаются сверху вниз: выходной сигнал на выходе системы, чистый исходный амплитудно-манипулированный сигнал, огибающая выходного сигнала и исходный сигнал с шумами до фильтрации.

Домашнее задание

Адаптивные компенсаторы находят применение в таких устройствах, как подавители электрического и акустического эха, эквалайзеры (выравниватели) характеристик электрических и акустических каналов связи, адаптивные антенные и акустические решетки и др. В работе адаптивная фильтрация производится в спектральной и биспектральной областях.

Требуется:

- изучить теоретическую часть по адаптивной фильтрации в частотной и биспектральной областях;
- изучить основные свойства биспектра;
- записать формульное выражение плотности распределения рэлеевского случайного процесса;
- привести формульное выражение и нарисовать амплитудный и фазовый биспектры одиночного прямоугольного импульса;
- записать выражение СКО на выходе адаптивного компенсатора через дисперсии сигнала и помехи и коэффициент взаимной корреляции помех в каналах. Влияния некоррелированных шумов в каналах не учитывать.

Экспериментальная часть

Компенсация в спектральной области

Необходимо выполнить следующие действия:

1. Перед запуском компьютерной модели **model_spectral** следует в главном меню **Simulation** выбрать подкоманду **Configuration Parameters**

и задать параметр окончания моделирования **Stop time** равный 3697 с, а параметр **Type** установить с помощью **Variable-step**.

2. Загрузить компьютерную модель **spectralANC**.

3. Установить параметр **Variance** блоков *Gaussian Noise Generator 1* и *Gaussian Noise Generator 2* равным 0,4. В дальнейшем при изменении этого параметра он должен иметь одинаковое значение в обоих блоках.

4. Провести моделирование работы лабораторной установки, нажав в верхней части окна иконку «►», до момента вычисления ОСШ в каналах, и проследить, чтобы его значение было около 7 дБ. Если это не так, то добиться нужного значения можно, изменяя параметр, описанный в предыдущем пункте. Остановить моделирование можно с помощью кнопки «■».

5. Подобрать пороговое значение для блока *Demod*, проведя симуляцию и дождавшись приема не менее 10 символов, количество которых отображается в блоке *Display* в третьей позиции. Подбор осуществить, пользуясь графиком блока *Scope* или руководствуясь результатом вычисления блока *TH calculation*.

6. Провести полное моделирование. Должно быть принято не менее 900 символов.

7. По индикатору *Display* определить значение вероятности ошибки. Записать данное значение в паре с ОСШ.

8. Изменить ОСШ с шагом 2–3 дБ, повторяя пункты 4 и 5, и повторить пункты 6 и 7 необходимое количество раз, пока значение вероятности ошибки $P_{\text{ош}}$ не приблизится к 0,4.

Компенсация в биспектральной области

Необходимо выполнить следующие действия:

1. Перед запуском компьютерной модели **model_bispectral** следует в главном меню **Simulation** выбрать подкоманду **Configuration Parameters** и задать параметр окончания моделирования **Stop time** равный 11534 с, а параметр **Type** установить с помощью **Variable-step**.

2. Загрузить компьютерную модель **bispectralANC**.

3. Установить параметр **Variance** блоков *Gaussian Noise Generator 1* и *Gaussian Noise Generator 2* равным 10. В дальнейшем при изменении этого параметра он должен иметь одинаковое значение в обоих блоках.

4. Провести моделирование работы лабораторной установки, нажав в верхней части окна иконку «►», до момента вычисления ОСШ

в каналах, и проследить, чтобы его значение было около -7 дБ. Если это не так, то добиться нужного значения можно изменяя параметр, описанный в предыдущем пункте. Остановить моделирование можно с помощью кнопки «■».

5. Подобрать пороговое значение для блока *Demod*, проведя симуляцию и дождавшись приема не менее 10 символов, количество которых отображается в блоке *Display* в третьей позиции. Подбор осуществить, пользуясь графиком блока *Scope* или руководствуясь результатом вычисления блока *TH calculation*.

6. Провести полное моделирование. Должно быть принято не менее 900 символов.

7. По индикатору *Display* определить значение вероятности ошибки. Записать данное значение в паре с ОСШ.

8. Изменить ОСШ с шагом 2–3 дБ, повторяя пункты 4 и 5, и повторить пункты 6 и 7 необходимое количество раз, пока значение вероятности ошибки $P_{\text{ош}}$ не приблизится к 0,4.

Оформление отчета

Примерная структура отчета приведена в прил. 2. Отчет должен содержать зависимости вероятности ошибки приема от ОСШ в каналах адаптивного компенсатора для спектральной и биспектральной обработки, а также расчетные результаты домашнего задания.

Сделать выводы по всем полученным зависимостям.

5. Модельный компенсатор помех

Цели и задачи работы

Цель работы состоит в том, чтобы изучить методы двухканальной компенсации помех на основе моделей зашумленного сигнала и помехи с использованием адаптивных фильтров и векторно-матричных преобразований.

Основная задача работы — закрепить навыки использования многоканальных компенсаторов в условиях, когда в основном и опорном каналах помехи взаимно некоррелированные и неизвестно время прихода сигнала.

Описание лабораторной установки

Работа выполняется в программном пакете Matlab (версия R2015a) и состоит из двух частей: первая часть по теме «Слепая компенсация помех на основе формирования сигнальных и помеховых моделей», вторая — по теме «Компенсатор на основе векторно-матричных преобразований».

Слепая компенсация помех на основе формирования сигнальных и помеховых моделей

Лабораторная установка реализована в модуле Simulink (рис. 13) и состоит из блоков формирования сигналов и помех, канала установки отношения сигнал—помеха и смешивания сигнала и помехи, измерителей взаимной корреляции, отношения сигнал—шум и дисперсии ошибки фильтрации, модельного компенсатора помех, переключателей, индикаторов параметров, дисплеев диаграмм и спектрограмм.

Работа схемы (рис. 13) представляет собой формирование моделей зашумленного сигнала и помехи на основе винеровской оценки. Для контроля взаимной некоррелированности помех в каналах установлен измеритель взаимной корреляции помех. Переключателями осуществляется выбор типа помехи — узкополосная нормальная помеха (УНП) и белый гауссов шум (БГШ). Дисплей Spectrum Score $c+n$ показывает спектральную плотность мощности зашумленного сигнала, Spectrum Score out — выходного сигнала. Дисплей Score показывает эпюры (сверху вниз) полезного сигнала, зашумленного сигнала, выходного сигнала, помехи в компенсационном (опорном) канале. Индикатор «Сигнал—помеха входа» отображает показания отношения мощности сигнал—помеха на входе компенсатора. Индикатор «Ошибка фильтрации МКП» показывает дисперсию ошибки фильтрации в децибелах, нормированную к дисперсии полезного сигнала.

Лабораторная установка позволяет получить зависимости дисперсии ошибки фильтрации от отношения мощности сигнал—помеха на входе компенсатора, которое задается в блоке «Отношение сигнал—помеха» (путем двойного нажатия на этот блок). Отношение мощности сигнал—формирующий шум q_2 в децибелах, число коэффициентов адаптивных фильтров и коэффициент адаптации устанавливаются в блоке «Модельный компенсатор помех» (путем двойного нажатия на этот блок).

Сигнал в форме гауссовско-марковского процесса, сформированный в соответствии с алгоритмом (П1.2) имеет единственный параметр — ширину полосы сигнала в герцах, которая устанавливается путем двойного нажатия на блок. Помеху в блоке УНП, сформированную в соответствии с алгоритмом (П1.4), можно задать в форме гауссовско-марковского процесса, установив центральную частоту в 1 Гц или узкополосного нормального процесса, установив необходимую центральную частоту. Ширина полосы помехи устанавливается аналогично полезному сигналу.

Компенсатор на основе векторно-матричных преобразований

Лабораторная установка реализована в модуле Simulink (рис. 14) и состоит из блоков формирования сигналов и помех, канала установки отношения сигнал—помеха, неравенства в каналах (аттенюатор) и смешивания сигнала и помехи, векторно-матричного компенсатора, отношения сигнал—шум и дисперсии ошибки фильтрации, дисплея временных диаграмм.

Работа схемы (рис. 14) представляет собой формирование корреляционной матрицы и автокорреляционного вектора входного сигнала, а также автокорреляционного вектора помехи в компенсационном канале. Дисплей Score показывает эюры (сверху вниз) полезного сигнала, зашумленного сигнала и выходного сигнала. Индикатор «Сигнал—помеха входа» отображает показания отношения мощности сигнал—помеха на входе компенсатора. Индикатор «Ошибка фильтрации Винера» показывает дисперсию ошибки фильтрации в децибелах, нормированную к дисперсии полезного сигнала.

Сигнал в форме телеграфного процесса имеет единственный параметр — интенсивность смены знака — λ_{Γ} , задаваемый путем двойного нажатия на блок Telegraph signal. Помеха — белый гауссов шум единичной дисперсии (блоки «БГШ Generator»).

Домашнее задание

В работе для модельной компенсации помех исследуются два метода — модельной компенсации помех и векторно-матричной компенсации помех, которые способны работать в условиях полной взаимной некоррелированности помех в каналах компенсатора.

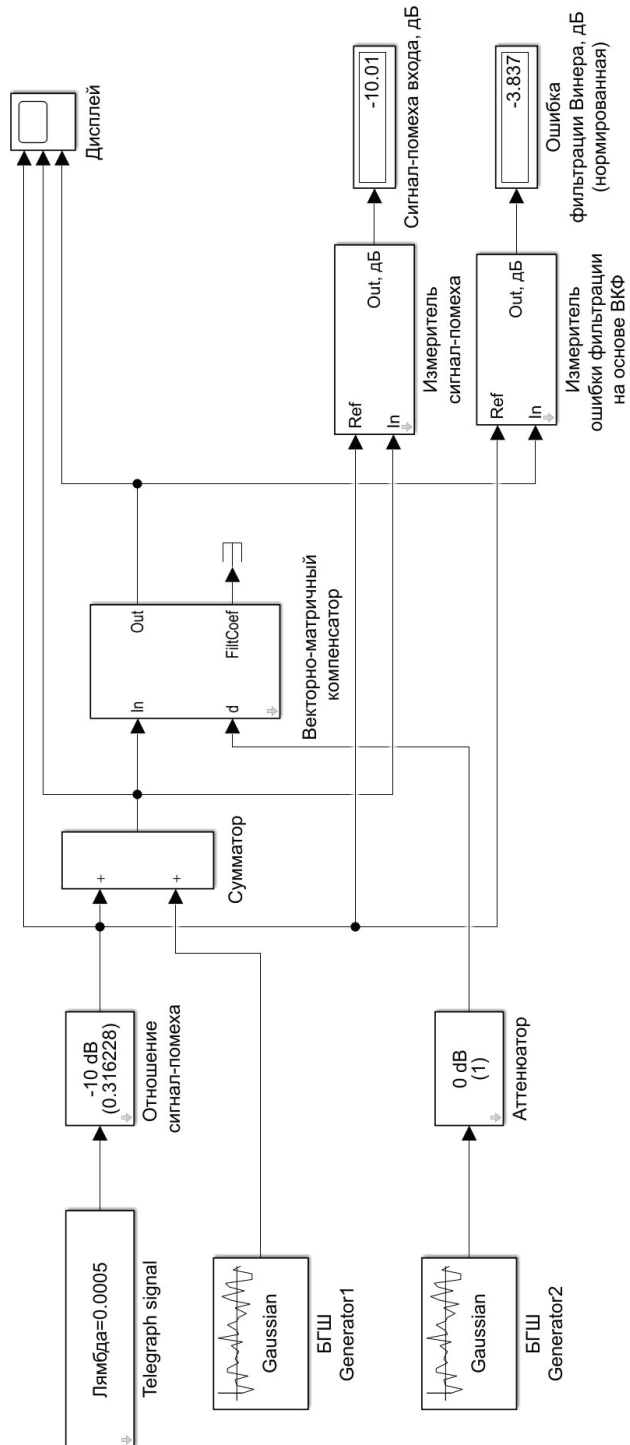


Рис. 14. Схема лабораторной установки в Simulink

Требуется:

- изучить теоретическую часть по модельной и векторно-матричной компенсации помех;
- используя выражения для дисперсии ошибки фильтрации (4.11) при фильтрации гауссовско-марковского процесса ($\alpha = 0,105$) на фоне белого гауссова шума, построить:
 - зависимости $\varepsilon^2(t)_{МКР}$ от отношения сигнал–формирующий шум q_2 в каналах компенсатора при отношении мощности сигнал–помеха $\eta = -10$ дБ, $\eta = -6$ дБ, $\eta = 0$ дБ;
 - зависимости $\varepsilon^2(t)_{МКР}$ от отношения сигнал–помеха η при $q_2 = -10$ дБ;
- найти производную выражения (4.11) по q_2 и вычислить значение отношения сигнал–формирующий шум при $\eta = -10$ дБ, $\eta = -6$ дБ, $\eta = 0$ дБ; $\alpha = 0,105$; результаты занести в таблицу;
- используя выражение (4.23), построить зависимость нормированной дисперсии ошибки фильтрации на выходе векторно-матричного компенсатора от размерности фильтра L при разных значениях интенсивности симметричного телеграфного процесса $\lambda_{\Pi} = 0,005$ и $\lambda_{\Pi} = 0,0005$ и при $\eta = -10$ дБ;
- рассчитать минимальную дисперсию ошибки при бесконечном числе весовых коэффициентов фильтра по формуле (4.24) при разных значениях интенсивности симметричного телеграфного процесса $\lambda_{\Pi} = 0,005$ и $\lambda_{\Pi} = 0,0005$ при $\eta = -10$ дБ; нанести значения на графики;
- рассчитать по формуле (4.28) зависимость нормированной дисперсии ошибки фильтрации на выходе векторно-матричного компенсатора от коэффициента неравенства СКО помех в каналах при разных значениях интенсивности симметричного телеграфного процесса $\lambda_{\Pi} = 0,05$, $\lambda_{\Pi} = 0,005$ и $\lambda_{\Pi} = 0,0005$; $L = 32$, $\eta = -10$ дБ.

Экспериментальная часть

Слепая компенсация помех на основе формирования сигнальных и помеховых моделей

Необходимо выполнить следующие действия:

1. Перед запуском Simulink установить текущую папку, где находится компьютерная модель **ModelCanceller**.
2. Загрузить компьютерную модель **ModelCanceller**.
3. В главном меню выбрать подкоманду **Configuration Parameters** и задать параметр окончания моделирования **Stop time** равный 800, а параметр **Type** установить с помощью **Variable-step**.
4. Выбрать с помощью переключателей «Переключатель помехи1/Переключатель помехи2» тип помехи. Путем двойного нажатия на блоки УНП установить ширину полосы и центральную частоту помехи в герцах.
5. Путем двойного нажатия на блок «Гауссовско-марковский процесс» установить ширину полосы в Гц. **Пересчет частоты в герцах в относительную величину производится по формуле $\alpha = 2\pi T_s f(\text{Гц})$** , где T_s — период дискретизации.
6. Нажать два раза на блок «Модельный компенсатор помех». Установить число весовых коэффициентов 256, коэффициент адаптации 0,001, соответствующий параметр q_2 .
7. Установить необходимое отношение сигнал—помеха в децибелах на входе компенсатора в блоке «Отношение сигнал—помеха».
8. Провести моделирование работы лабораторной установки, нажав в верхней части окна иконку «▶». Остановить моделирование можно с помощью кнопки «■».
9. Снять зависимости отношения дисперсии ошибки фильтрации от отношения помеха—формирующий шум q_2 в диапазоне $-20...10$ дБ при $\eta = -10$ дБ, $\eta = -6$ дБ, $\eta = 0$ дБ, при фильтрации гауссовско-марковского сигнала ($\alpha = 0,105$) на фоне белого гауссова шума.
10. Снять зависимости отношения дисперсии ошибки фильтрации от отношения сигнал—помеха η при $q_2 = -10$ дБ при фильтрации гауссовско-марковского сигнала ($\alpha = 0,105$) на фоне белого гауссова шума.
11. Снять зависимости отношения дисперсии ошибки фильтрации от отношения помеха—формирующий шум q_2 в диапазоне $-20...10$ дБ

при $\eta = -10$ дБ при фильтрации гауссовско-марковского сигнала ($\alpha = 0,7$) на фоне узкополосного нормального процесса с параметрами: ширина полосы $\beta = 0,1$, центральная частота $\omega_0 = \pi/8^{22}$; $\pi/4$; $\pi/2$.

12. Снять зависимости отношения дисперсии ошибки фильтрации от отношения помеха—формирующий шум q_2 в диапазоне $-20 \dots 10$ дБ при $\eta = -10$ дБ при фильтрации гауссовско-марковского сигнала ($\alpha = 0,1$) на фоне гауссовско-марковской помехи ($\alpha = 0,7$).

Компенсатор на основе векторно-матричных преобразований

Необходимо выполнить следующие действия:

1. Перед запуском Simulink установить текущую папку, в которой находится компьютерная модель **VectorMarixFilter**.

2. Загрузить компьютерную модель **VectorMarixFilter**.

3. В главном меню выбрать подкоманду **Configuration Parameters** и задать параметр окончания моделирования **Stop time** равный 135, а параметр **Type** установить с помощью **Variable-step**.

4. Выбрать с помощью переключателей «Переключатель помехи1/Переключатель помехи2» тип помехи. Путем двойного нажатия на блоки УНП установить ширину полосы и центральную частоту помехи в герцах.

5. Путем двойного нажатия на блок Telegraph signal установить интенсивность симметричного телеграфного процесса.

6. Нажать два раза на блок «Векторно-матричный компенсатор». Установить соответствующее число весовых коэффициентов.

7. Установить необходимое отношение сигнал—помеха в децибелах на входе компенсатора в блоке «Отношение сигнал—помеха» и в блоке «Аттенюатор» параметр k , определяющий неравенство СКО помех в каналах.

8. Провести моделирование работы лабораторной установки, нажав в верхней части окна иконку «▶». Остановить моделирование можно с помощью кнопки «■».

9. Снять зависимости нормированной дисперсии ошибки фильтрации на выходе векторно-матричного компенсатора от размерности фильтра L при разных значениях интенсивности симметричного

²² Пересчет в герцы производится по формуле f_0 (Гц) = $\omega_0 / (2\pi T_s)$; T_s — период дискретизации.

телеграфного процесса $\lambda_{\Pi} = 0,005$ и $\lambda_{\Pi} = 0,0005$ на фоне белого гауссова шума при $\eta = -10$ дБ.

10. Снять зависимости нормированной дисперсии ошибки фильтрации на выходе векторно-матричного компенсатора от коэффициента неравенства СКО помех в каналах при разных значениях интенсивности симметричного телеграфного процесса $\lambda_{\Pi} = 0,05$, $\lambda_{\Pi} = 0,005$ и $\lambda_{\Pi} = 0,0005$ на фоне белого гауссова шума при $\eta = -10$ дБ; $L = 32$.

11. Зарисовать эпюры симметричного телеграфного процесса с $\lambda_{\Pi} = 0,0005$, его смеси с БГШ, выходного сигнала компенсатора при $L = 256$ и $\eta = -10$ дБ.

Оформление отчета

Примерная структура отчета приведена в прил. 2. Отчет должен содержать результаты исследования методов на основе формирования моделей и векторно-матричного преобразования, а именно табличные и графические зависимости нормированной дисперсии ошибки фильтрации от различных параметров и временные диаграммы. Теоретические и моделируемые зависимости должны наноситься на одном графике.

Сделать выводы по всем полученным зависимостям.

Список библиографических ссылок

1. Котельников В. А. Теория потенциальной помехоустойчивости. — 2-е изд. — М. : Госэнергоиздат, 1956. — 152 с.
2. Харкевич А. А. Очерки общей теории связи. — М. : Гос. изд-во технико-теорет. лит., 1955. — 268 с.
3. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов. — М. : Радио и связь, 1983. — 320 с.
4. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. — 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Радио и связь, 1989. — 656 с.
5. Гуткин Л. С. Теория оптимальных методов радиоприема при флуктуационных помехах. — 2-е изд. — М. : Сов. радио, 1972. — 448 с.
6. Бакут П. А. Теория обнаружения сигналов. — М. : Радио и связь, 1984. — 460 с.
7. Лосев Ю. И. Адаптивная компенсация помех в каналах связи. — М. : Радио и связь, 1988. — 208 с.
8. Курицын С. А. Адаптивная коррекция полосового сигнала в многоканальном УПС // Техника средств связи. Сер. Техника проводной связи. — 1987. — Вып. 4. — С. 73–82.
9. Джиган В. И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. — М. : Техносфера, 2013. — 528 с.
10. Кириллов Н. Е. Теория и техника оптимальных методов приема сигналов в шуме : учеб. пособие по курсу / Всесоюзный заочный энергетический институт. — М. : ВЗЭИ, 1966. — 97 с.
11. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов : пер. с англ. — М. : Радио и связь, 1989. — 440 с.
12. Харкевич А. А. Борьба с помехами. — 3-е изд. — М. : Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. — 280 с.
13. Haykin S. Adaptive Filter Theory. — 3d Edition. — New Jersey : Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1996. — 920 p.
14. Haykin S. Communication Systems. — 4th Edition. — New York : John Wiley & Sons, 2001, May 15. — 555 p.

15. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. — М. : Сов. радио, 1970. — 727 с.
16. Карташевский В. Г. Пространственно-временная обработка сигналов в каналах с памятью. — М. : Радио и связь, 1990. — 272 с.
17. Кловский Д. Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам. — М. : Радио и связь, 1982. — 304 с.
18. Фалько А. И. Вопросы построения оптимальных систем связи при действии сосредоточенных помех. Ч. 1 // Радиотехника. — 1975. — Т. 30, № 9. — С. 12–19.
19. Фалько А. И. Вопросы построения оптимальных систем связи при действии сосредоточенных помех. Ч. 2 // Радиотехника. — 1975. — Т. 31, № 10. — С. 3–10.
20. Котоусов А. С., Морозов А. К. Оптимальная фильтрация сигналов и компенсация помех / под ред. проф. А. С. Котоусова. — М. : Горячая линия — Телеком, 2008. — 166 с.
21. Оптимальный прием сигналов на фоне помех и шумов / М. Е. Бывшев [и др.] ; под ред. Ю. И. Савватеева. — М. : Радиотехника, 2011. — 423 с.
22. Чесноков М. Н. Современные методы приема цифровых сигналов в линиях радиосвязи. — Л. : ВАС, 1988. — 192 с.
23. Сосулин Ю. Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. — М. : Сов. радио, 1978. — 320 с.
24. Шелухин О. И. Негауссовские процессы в радиотехнике. — М. : Радио и связь, 1999. — 310 с.
25. Валеев В. Г. Нелинейная обработка сигнала : монография. — М. : Радиотехника, 2013. — 172 с.
26. Радиосистемы передачи информации : учеб. пособие для вузов / В. А. Васин, В. В. Калмыков, Ю. Н. Себекин [и др.] ; под ред. И. Б. Федорова и В. В. Калмыкова. — М. : Горячая линия — Телеком, 2005. — 472 с.
27. Тихонов В. И., Харисов В. Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем : учеб. пособие для вузов. — М. : Радио и связь, 2004. — 608 с.: ил.
28. Гоноровский И. С., Демин М. П. Радиотехнические цепи и сигналы : учеб. пособие для вузов. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Радио и связь, 1994. — 480 с.
29. Шахтарин Б. И. Фильтры Винера и Калмана. — М : Гелиос АРВ, 2008. — 408 с.

30. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. В трех книгах. Книга 3. — М. : Советское радио, 1976. — 288 с.
31. Parzen E. On the estimation of a probability density function and mode//Annals of Mathematical Statistics. — 1962. — Vol. 33. — P. 1065–1076.
32. Rosenblatt M. Remarks on some nonparametric estimates of a density function//Annals of Mathematical Statistics. — 1956. — Vol. 27, № 3. — P. 832–837.
33. Pagan A. P. and Ullah A. Nonparametric Econometrics. — New York : Cambridge University Press, 1999. — 424 p.
34. Епанечников В. А. Непараметрическая оценка многомерной плотности вероятности // Теория вероятностей и ее применение, 1969. — Т. 14, вып. 1. — С. 156–161.
35. Park B., Marron J. Comparison of data-driven bandwidth selectors // Journal of the American Statistical Association. — 1990. — Vol. 85. — P. 66–72.
36. Bowman A. An alternative method of cross-validation for the smoothing of density estimates // Biometrika. — 1984. — Vol. 71. — P. 353–360.
37. Rudemo M. Empirical choice of histograms and kernel density estimators // Scand.J. Statist. — 1982. — Vol. 9. — P. 65–78.
38. Faraway J. M. Jhun Bootstrap choice of bandwidth for density estimation // Journal of the American Statistical Association 85. — 1990. — P. 1119–1122.
39. Racine Jeffry S. Nonparametric Econometrics: A Primer // Foundations and Trends R in Econometrics. — 2008. — Vol. 3, № 1. — P. 1–88.
40. Никитенок В. И. Быстрые непараметрические алгоритмы обнаружения сигналов. — Минск : БГУ, 2010. — 131 с.
41. Шахтарин Б. И. Обнаружение сигналов : учеб. пособие для вузов. — 3-е изд., испр. — М. : Горячая линия—Телеком, 2015. — 464 с.
42. Курицын С. А. Адаптивные методы обработки сигналов в цифровых и аналоговых системах передачи : учеб. пособие. — СПб : СПбГУТ, 2004. — 100 с.
43. Венскаускас К. К. Компенсация помех в судовых радиотехнических системах. — Л. : Судостроение, 1989. — 264 с.

44. Прокис Дж. Цифровая связь : пер. с англ. / под ред. Д. Д. Кловского. — М. : Радио и связь, 2000. — 800 с.
45. Сергиенко А. Б. Алгоритмы адаптивной фильтрации: особенности реализации в MATLAB // Exponenta Pro: математика в приложениях. — 2003. — № 1. — С. 18–28.
46. Alvarez-Diaz M., Lopez-Valcarce R. and Mosquera C. SNR estimation for multilevel constellations using higher-order moments // IEEE Transactions on Signal Processing. — 2010, March. — Vol. 58, No. 3. — P. 1515–1526.
47. Обработка информации в цифровых системах связи : учеб. пособие по лабораторному практикуму / С. К. Абрамов, Д. В. Февралев, А. А. Роевко [и др.]. — Харьков : Нац. аэрокосм. ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2011. — 38 с.
48. Леонов Л. С. Слепой метод обнаружения встроенной стеганографической информации в цифровых изображениях на основе нейронных сетей // Сборник научных трудов НГТУ. — Новосибирск, 2010. — № 2 (60). — С. 99–104.
49. Горячкин О. В. Методы слепой обработки сигналов и их приложения в системах радиотехники и связи. — М. : Радио и связь, 2003. — 230 с.
50. Sato Y. A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude modulation systems // IEEE Trans. on Communications. — 1975. — Vol. 23. — P. 679–682.
51. Godard D. N. Self-recovering equalization and carrier tracking in two dimensional data communication systems // IEEE Trans. on Communications. — 1980. — Vol. 28, № 11. — P. 1867–1875.
52. Cichocki A., Amari S. Adaptive blind signal and image processing: learning algorithms and applications. — New York : John Wiley & Sons, 2002. — 555 p.
53. Shi Xizhi. Blind Signal Processing. Method and Practice. — Berlin : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. — 368 p.
54. Манохин А. Е., Нифонтов Ю. А. Подавление помех с использованием их адаптивных моделей // Новые методы передачи и обработки информации : сб. результатов науч. исслед. сотр. радиотехн. фак. УГТУ-УПИ. — Екатеринбург : УГТУ-УПИ, 2003. — С. 117–124.
55. Zhang Zhi-Lin, Zhang Yi. Extraction of a Source Signal Whose Kurtosis Value Lies in a Specific Range//Neurocomputing. — 2006. — Vol. 69, № 7–9. — P. 894–899.

56. Zhang Zhi-Lin, Yi Zhang. Robust Extraction of Specific Signals with Temporal Structure, *Neurocomputing*. — 2006. — Vol. 69, № 7–9. — P. 888–893.
57. Пат. на полезную модель № 101601. Система адаптивного моделирования фильтрации случайных процессов / Нифонтов Ю. А., Манохин А. Е., Нифонтов И. Ю. — Заявка № 2010118962; приоритет полезной модели от 11.05.2010; зарегистрировано в Госреестре полезных моделей РФ 20.01.2011.
58. Amari S. ICA of temporally correlated signals — learning algorithm. *Proceedings of ICA'99: International workshop on blind signal separation and independent component analysis* // Aussois. — France. — 1999. — Jan. — P. 13–18.
59. Matsuoka K., Ohya M. and Kawamoto M. A neural net for blind separation of nonstationary signals // *Neural Networks*. — 1995. — 8 (3). — P. 411–419.
60. Amari S. Natural gradient works efficiently in learning // *Neural Computation*. — 1998. — № 10. — P. 271–276.
61. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учеб. для вузов. — 10-е изд., испр. — М.: ФИЗМАТ-ЛИТ, 2005. — 304 с.
62. AMUSE: a new blind identification algorithm / L. Tong, V. C. Soon, Y. F. Huang, R. Liu // *Proc. IEEE ISCAS*. — New Orleans: LA, 1990. — Vol. 3. — P. 1784–1787.
63. Choi S., Cichocki A. Blind separation of nonstationary and temporally correlated sources from noisy mixtures // *IEEE Workshop on Neural Networks for Signal Processing, NNSP'2000*. — Sydney, Australia, 2000. — December 11–13. — P. 405–414.
64. Cichocki A., Thawonmas R., Amari S. Sequential blind signal extraction in order specified by stochastic properties // *Electron. Lett.* — 1997, Jan. — Vol. 33, № 1. — P. 64–65.
65. Hyvarinen A., Karhunen J. and Oja E. Independent component analysis. — New York : J. Wiley, 2001. — 481 p.
66. Comon P. Contrast functions for blind deconvolution // *IEEE Signal Processing Lett.* — 1996, July. — SPL-3, № 7. — P. 209–211.
67. Shalvi O., Weinstein E. Universal method for blind deconvolution / S. Haykin (editor) // *Blind Deconvolution*. — New Jersey : Prentice-Hall Inc.: Englewood Cliffs, 1994. — P. 121–180.

68. Douglas S. C., Kung S. Y. Kuicnet algorithms for blind deconvolution. Proc // IEEE Workshop on Neural Networks for Signal Processing. — Cambridge, UK, 1998. — August. — P. 3–12.
69. Манохин А. Е. Анализ алгоритмов слепого выделения импульсного сигнала на фоне импульсного шума [Электронный ресурс] // Журнал радиоэлектроники. — 2017. — № 4 (12). — URL: <http://jre.cplire.ru/jre/apr17/9/text.pdf>. (дата обращения: 10.02.2018).
70. Шарый С. П. Курс вычислительных методов. — Новосибирск : Ин-т вычислительных технологий СО РАН, 2013. — 497 с.
71. Норенков И. П., Мулярчик С. Г., Иванов С. Р. Экстремальные задачи при схемотехническом проектировании в электронике. — Минск : Изд-во БГУ, 1976. — 239 с.
72. Zhang Zhi-Lin, Zhang Liqing. A Two-Stage Based Approach for Extracting Periodic Signals // Independent Component Analysis and Blind Signal Separation: 6th International Conference, ICA 2006. — Charleston, SC: USA, 2006. — March 5–8. — Proceedings. Part “Lecture Notes in Computer Science”, vol. 3889; Berlin : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. — P. 303–310.
73. Paajarvi P., LeBlanc J. P. Skewness maximization for impulsive sources in blind deconvolution // Proceedings of the 6th Nordic Signal Processing Symposium — NORSIG. — Espoo: Finland, 2004. — P. 304–307.
74. Зангвилл У. Нелинейное программирование. Единый подход. 1969 г. / пер. с англ. под ред. Е. Г. Гольштейна. — М. : Советское радио, 1973. — 312 с.
75. Математический анализ: дифференцирование и интегрирование / И. Г. Араманович [и др.] ; под общ. ред. Л. А. Люстерник, А. Р. Янпольский. — М. : Физматгиз, 1961. — 351 с.
76. Мицель А. А., Шелестов А. А. Методы оптимизации : учеб. пособие. — Томск : ТУСУР, 2004. — 255 с.
77. Манохин А. Е. О разработке и исследовании эффективности алгоритма слепого выделения импульсного сигнала при наличии белого гауссовского шума [Электронный ресурс] // Журнал радиоэлектроники. — 2016. — № 5 (12). — URL: <http://jre.cplire.ru/jre/may16/6/text.pdf>. (дата обращения: 11.10.2018).
78. Saruwatari H., Kawamura T., Shikano K. Fast-convergence algorithm for ICA-based blind source separation using array signals

- processing // Proceedings of the 11th IEEE Signal Processing Workshop on Statistical Signal Processing. — 2001. — P. 464–467.
79. Jafari M. G., Alty S. R., Chambers J. A. New natural gradient algorithm for cyclostationary sources // IEEE Proc.-Vision Image and Signal Processing. — February 2004. — Vol. 151 (1). — P. 62–68.
80. Манохин А. Е. Многоканальный адаптивный компенсатор со слепым разделением помех в опорных каналах [Электронный ресурс] // Журнал радиоэлектроники. — 2014. — № 10 (12). — URL: <http://jre.cplire.ru/jre/oct14/4/text.pdf> (дата обращения: 15.01.2018).
81. Манохин А. Е. Многоканальная адаптивная компенсация узкополосных помех с их предварительным слепым разделением в опорных каналах [Электронный ресурс] // Журнал радиоэлектроники. — 2015. — № 11 (12). — URL: <http://jre.cplire.ru/jre/nov15/7/text.pdf> (дата обращения: 25.06.2018).
82. Манохин А. Е. Применение алгоритма слепого разделения помех на основе минимизации взаимной информации в опорных каналах многоканального адаптивного компенсатора [Электронный ресурс] // Журнал радиоэлектроники. — 2016. — № 3 (12). — URL: <http://jre.cplire.ru/jre/mar16/6/text.pdf> (дата обращения: 25.06.2018).
83. Bartelt H., Lohmann A. W. and Wirtzner B. Phase and amplitude recovery from bispectra // Applied Optics. — 1984, September. — Vol. 23. — P. 3121–3129.
84. Sundaramoorthy G., Raghuveer M. R. and Dianat S. A. Bispectral reconstruction of signal in noise: Amplitude reconstruction issues // IEEE Trans. Acoustic, Speech, and Signal Processing. — 1990, July. — Vol.38, № 7. — P. 1297–1306.
85. Мацуока Т., Ульрих Т. Дж. Оценивание фазового спектра сигнала по биспектру сейсмической записи // ТИИЭР. — 1984, Октябрь. — Т. 72, № 10. — С. 200–209.
86. Marron J. C., Sanchez P. P. and Sullivan R. C. Unwrapping algorithm for least-square phase recovery from modulo 2 bispectrum phase // Journal of the optical society of America. — 1990, January. — Vol. 7, № 1. — P. 14–20.
87. Цифровая обработка сигналов и изображений в радиофизических приложениях / под ред. В. Ф. Кравченко. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 544 с.

88. Brillinger D. R. The identification of a particular nonlinear time serious systems // *Biometrika* 64. — 1977. — PP. 509–515.
89. Bispectrum-Based Methods and Algorithms for Radar, Telecommunication Signal Processing and Digital Image Reconstruction: [monograph] / A. V. Totsky, V. V. Lukin, A. A. Zelensky [et al.]. — Tampere: Tampere Intern. Center for Signal Processing, 2008. — 206 p.
90. Манохин А. Е. Подавление гауссовских и негауссовских помех при выделении импульсного сигнала в биспектральной области // *Цифровая обработка сигналов*. — 2018. — № 4 (12). — С. 21–27.
91. Никиас Х. Л., Рагувер М. Р. Биспектральное оценивание применительно к цифровой обработке сигналов // *ТИИЭР*. — 1987. — Т. 75, № 7. — С. 5–30.
92. Манохин А. Е., Зародов А. А. О разработке оптимального фильтра выделения полезного сигнала в биспектральной области по критерию минимума абсолютной ошибки третьей степени [Электронный ресурс] // *Журнал радиоэлектроники*. — 2016. — № 10 (12). — URL: <http://jre.cplire.ru/jre/oct16/1/text.pdf> (дата обращения: 05.03.2018).
93. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 1. — М. : Советское радио, 1969. — 752 с.
94. Бочков Г. Н., Горохов К. В. Способ синтеза биспектрально-организованных сигналов // *Письма в ЖТФ*. — 1995. — Т. 21, вып. 16. — С. 27–32.
95. Бочков Г. Н. Способ относительной фазовой модуляции OFDM-сигналов // *Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Сер. «Радиофизика»*. — 2009. — № 2. — С. 62–70.
96. Бочков Г. Н., Горохов К. В. Биспектрально-организованные сигналы для параллельных систем передачи информации с коррекцией амплитудно-фазовых искажений // *Известия вузов. Сер. «Радиофизика»*. — 1997. — Т. 40, № 11. — С. 1388–1404.
97. Тощий А. В., Науменко В. В. Способ повышения помехоустойчивости цифровой системы связи на основе биспектрально-организованной модуляции // *Радиоэлектронные и компьютерные системы*. — 2010. — № 2 (43). — С. 27–32.

98. Тоцкий А. В., Науменко В. В. Определение оптимальной длительности бита в системе связи с использованием биспектрально-организованной модуляции // Радиоэлектронные и компьютерные системы. — 2011. — № 2 (50). — С. 22–26.
99. Morelia G. L. A review of signal detection using the bispectrum with applications in underwater acoustics / Applied Research Laboratory, The Pennsylvania State University // Technical Report. — 1994, January. — No. TR 94–03. — 94 p.
100. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов : учеб. пособие для втузов. — М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1964. — Т. 2. — 312 с.
101. Тоцкий А. В. Обнаружение сигналов в гауссовом шуме с использованием тестовых статистик третьего порядка // Радиофизика и электроника. — 2009. — Т. 14, № 1. — С. 97–102.
102. Малахов А. Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. — М. : Сов. радио, 1978. — 376 с.
103. Кендалл М., Стьюарт А. Теория распределений : пер. с англ. — М. : Наука, 1966. — 588 с.
104. Манохин А. Е. Алгоритм формирования сигналоподобных помех с использованием адаптивных фильтров // Спецтехника и связь. — М., 2011. — № 2 (март-апрель). — С. 20–25.
105. Манохин А. Е. Формирование сигналоподобных помех на основе адаптивных моделей случайных процессов // Специальная техника. — М., 2011. — № 6. — С. 36–39.
106. Манохин А. Е. Способ формирования сигналоподобных помех с использованием адаптивных фильтров [Электронный ресурс] // Транспорт XXI века: исследования, инновации, инфраструктура : материалы науч.-техн. конф., посв. 55-летию УрГУПС : в 2 т. / Урал. гос. ун-т путей сообщения. — Екатеринбург, 2011. — Т. 1, вып. 97 (180). — С. 380–386. — URL: <http://narod.ru/disk/31564748001/Konferenc.pdf.html> (дата обращения: 12.04.2018).
107. Манохин А. Е., Нифонтов Ю. А. Идентификация цифровых последовательностей с использованием их адаптивных моделей // Научные труды Международной научно-практической конференции «СВЯЗЬ-ПРОМ 2006» в рамках III Евро-Азиатского форума «СВЯЗЬ-ПРОМЭКСПО 2006». —

- Екатеринбург : ЗАО «Компания Реал-Медиа», 2006. — С. 109–111.
108. Манохин А. Е. Идентификация случайных процессов на основе формирования их адаптивных моделей // Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов. — Курск, 2008. — № 9. — С. 238–241.
 109. Адаптивные фильтры : пер. с англ. / под ред. К. Ф. Коуэна и П. М. Гранта. — М. : Мир, 1988. — 392 с.
 110. Пат. на полезную модель № 109942. Адаптивный компенсатор помех / Нифонтов Ю. А., Манохин А. Е. — Заявка № 2011113272 ; приоритет полезной модели от 06.04.2011 ; зарегистрировано в Госреестре полезных моделей РФ 27.10.2011.
 111. Манохин А. Е., Нифонтов Ю. А. Адаптивная компенсация помех при их взаимной некоррелированности в каналах // Радиотехника. — М., 2013. — № 2 (февраль). — С. 18–22.
 112. Akyol E., Viswanatha K. and Rose K. On Conditions for Linearity of Optimal Estimation // IEEE Transactions on Information Theory. — June 2012. — Vol. 58, № 6. — P. 3497–3508.
 113. Манохин А. Е. Алгоритм двухканального подавления помех при их взаимной некоррелированности в каналах [Электронный ресурс] // Электронный журнал «Труды МАИ». — М., 2012. — № 50. — URL: <http://www.mai.ru/upload/iblock/ec3/ec34a03fc2e318fe01933d5b3b49eff6.ZIP> (дата обращения: 22.03.2018).
 114. Манохин А. Е. Компенсация узкополосной помехи с неизвестной центральной частотой и дисперсией двухканальным адаптивным модельным компенсатором помех // Системы и средства связи, телевидения и радиовещания. — М., 2013. — Вып. 1,2. — С. 150–152.
 115. Пат. на полезную модель № 117755. Адаптивный вейвлет-компенсатор помех / Нифонтов Ю. А., Манохин А. Е. — Заявка № 2012104378 ; приоритет полезной модели от 08.02.2012 ; зарегистрировано в Госреестре полезных моделей РФ 27.06.2012.
 116. Манохин А. Е. Адаптивный вейвлет-компенсатор помех [Электронный ресурс] // Научные труды Международной научно-практической конференции «СВЯЗЬ-ПРОМ 2011» в рамках VIII Евро-Азиатского форума «СВЯЗЬ-ПРОМЭКСПО 2011». — URL: http://rtf.ustu.ru/fileadmin/Novosti_Faily/SP2011.rar (дата обращения: 22.05.2018).

117. Манохин А. Е. Адаптивный компенсатор помех на основе вейвлет-преобразования сигналов // Вестник Иркутского государственного технического университета. — Иркутск, 2011. — № 7 (июль). — С. 106–110.
118. Манохин А. Е. Векторно-матричный компенсатор помех // Вестник Воронежского государственного технического университета. — Воронеж, 2011. — № 4 (апрель). — С. 67–79.
119. Манохин А. Е. Метод компенсации помех на основе векторно-матричных преобразований [Электронный ресурс] // Журнал радиоэлектроники. — 2016. — № 10 (12). — URL: <http://jre.cplire.ru/jre/oct16/3/text.pdf> (дата обращения: 12.02.2017).
120. Васильева И. К., Ельцов П. Е. Методы распознавания образов : учеб. пособие по лабораторному практикуму. — Харьков : ХАИ, 2008. — 55 с.
121. Гонсалес Р. К. Принципы распознавания образов / пер. с англ. И. Б. Гуревича ; под ред. Ю. И. Журавлева. — М. : Мир, 1978. — 411 с.

Приложение 1

Модели сигналов и помех

Гауссовские процессы

Широкополосный (белый) гауссовский шум. В теории имеет бесконечную ширину полосы частот, однако при компьютерном моделировании считается, что ее значение ограничивается частотой дискретизации процессов (ω_S). Алгоритм формирования БГШ (вне зависимости от применяемого способа) с математическим ожиданием m_1 и дисперсией σ^2 имеет вид

$$v_i = m_1 + \sigma^2 (x_{1i} + x_{2i}). \quad (\text{П1.1})$$

Для определения в формуле четных и нечетных элементов массива x_1 и x_2 вычисляются случайные величины $\zeta_1 = 2\xi_1 - 1$, $\zeta_2 = 2\xi_2 - 1$ и параметр $\theta = \sqrt{\zeta_1^2 + \zeta_2^2}$ до тех пор, пока он не станет меньше единицы. Затем по формулам $x_1 = \zeta_1 \sqrt{-2 \ln(\theta)/\theta}$ и $x_2 = \zeta_2 \sqrt{-2 \ln(\theta)/\theta}$ вычисляются четные и нечетные слагаемые.

Гауссовско-марковский случайный процесс. Задается через линейное преобразование БГШ $v(t)$ с единичной спектральной плотностью мощности в виде стохастического дифференциального уравнения первого порядка с корреляционной функцией $R_x(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha_1 |\tau|}$, где α_1 — ширина спектра гауссовско-марковского процесса, Гц.

В дискретном времени получим выражение вида

$$x_{i+1} = e^{-\alpha} x_i + \sigma \sqrt{1 - e^{-2\alpha}} v_i, \quad (\text{П1.2})$$

где σ^2 — дисперсия гауссовско-марковского процесса; α — нормированная к полосе дискретного БГШ ширина спектра гауссовско-марковского процесса, $\alpha = 2\pi\alpha_1/\omega_S$.

Таким образом, спектральную плотность мощности дискретного процесса можно выразить так:

$$S(\omega) = \frac{\sigma^2 2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}. \quad (\text{П1.3})$$

Алгоритм формирования гауссовско-марковского процесса с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией синтезируется из выражения (П1.2) и представлен на рис. П1.1.

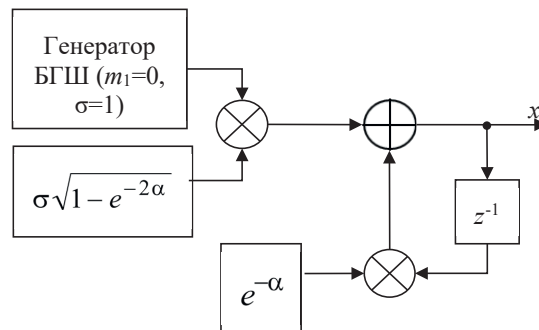


Рис. П1.1. Алгоритм формирования гауссовско-марковского процесса

Узкополосный нормальный процесс. Формировать УНП можно с использованием независимых квадратурных гауссовско-марковских процессов с одинаковой корреляционной функцией

$$x_i = x_{1i} \sin(\omega_0 i) + x_{2i} \cos(\omega_0 i), \quad (\text{П1.4})$$

где x_{1i} и x_{2i} — независимые квадратурные гауссовско-марковские процессы; ω_0 — нормированная к полосе белого шума центральная частота УНП.

Алгоритм формирования дискретного узкополосного нормального процесса в соответствии с выражением (П1.4) представлен на рис. П1.2.

Спектральная плотность УНП:

$$S(\omega) = \frac{\sigma^2 2\alpha}{\alpha^2 + (\omega - \omega_0)^2}, \quad (\text{П1.5})$$

где σ^2 — мощность узкополосного нормального процесса; α — нормированная к полосе БГШ ширина спектра УНП.

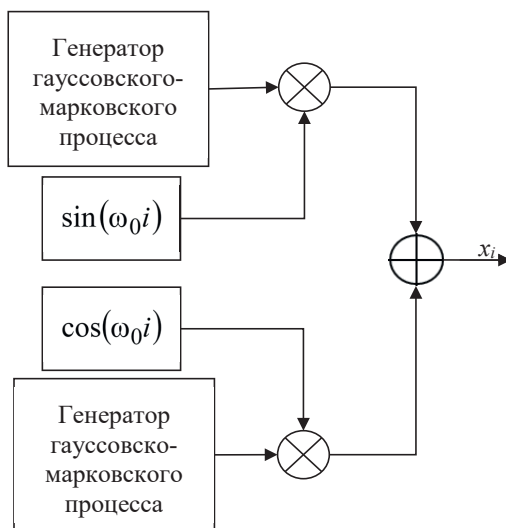


Рис. П1.2. Алгоритм формирования дискретного узкополосного нормального процесса

Негауссовские процессы

Широкополосный шум с равномерным распределением, имеющим математическое ожидание m_1 и дисперсию σ^2 . Может быть сформирован путем использования датчика случайных чисел ξ , равномерно распределенного в интервале от нуля до единицы:

$$x_i = m_1 + \sigma\sqrt{3}(2\xi_i - 1). \quad (\text{П1.6})$$

Симметричный равномерно распределенный процесс имеет нулевую асимметрию и эксцесс равный $-1,2$.

Негауссовский узкополосный процесс. Можно сформировать при помощи разности квадратов модулирующих гармонический сигнал гауссовско-марковских процессов с одинаковой корреляционной функцией

$$x_i = (x_{1i} \sin(\omega_0 i))^2 - (x_{2i} \cos(\omega_0 i))^2. \quad (\text{П1.7})$$

Алгоритм формирования негауссовского узкополосного процесса показан на рис. П1.3.

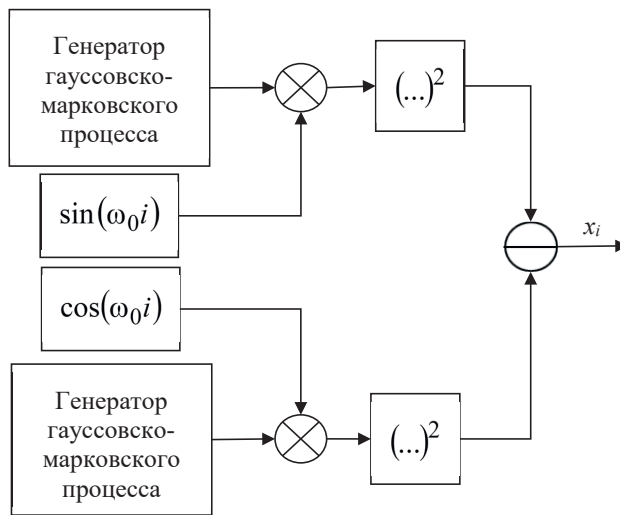


Рис. П1.3. Алгоритм формирования негауссовского узкополосного процесса

Рэлеевский флуктуационный шум. Формируется в соответствии с алгоритмом

$$x_i = \sigma_p \sqrt{\xi_{1i}^2 + \xi_{2i}^2}, \quad (\text{П1.8})$$

где ξ_1 и ξ_2 — независимые нормально распределенные случайные числа с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Математическое ожидание рэлеевского флуктуационного шума, формируемого в соответствии с выражением (П1.8), равно $\sqrt{\pi/2}\sigma_p$, дисперсия — $(2 - \pi/2)\sigma_p^2$, асимметрия и эксцесс равны положительным значениям $2\sqrt{\pi}(\pi - 3)/(4 - \pi)^{3/2}$ и $(24\pi - 6\pi^2 - 16)/(4 - \pi)^2$ соответственно.

Пуассоновский процесс. Моделирует поток событий, произошедших за фиксированное время, при условии, что данные события происходят с некоторой фиксированной средней интенсивностью λ_Π и независимо друг от друга.

Если интервалы между двумя случайными событиями определяются по формуле $\tau_\Pi = -1/\lambda_\Pi \ln(\xi)$, где ξ — равномерно распределенная в интервале $(0,1)$ случайная величина, тогда формирование дискретного пуассоновского процесса единичной амплитуды можно производить в соответствии с алгоритмом, приведенным на рис. П1.4.

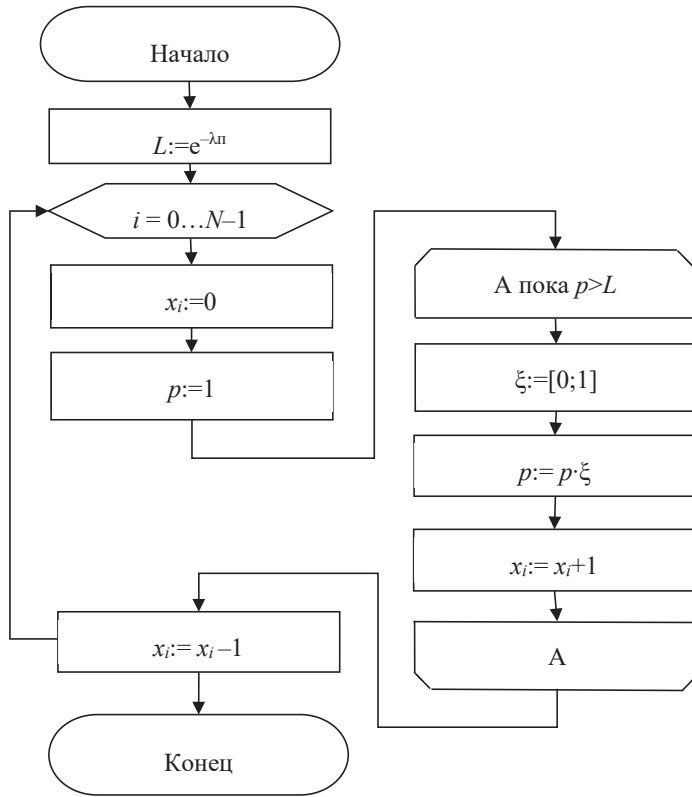


Рис. П1.4. Алгоритм формирования пуассоновского процесса

Математическое ожидание процесса Пуассона и дисперсия равны одной и той же величине λ_{Π} , асимметрия — $1/\sqrt{\lambda_{\Pi}}$, эксцесс — $1/\lambda_{\Pi}$.

Случайный *телеграфный процесс* — это импульсный сигнал с нормированной корреляционной функцией

$$R(\tau) = e^{-2\lambda_{\Pi}|\tau|}, \quad (\text{П1.9})$$

где λ_{Π} — интенсивность смены знака, а моменты смены знака подчиняются закону Пуассона.

Если ξ — процесс Пуассона (из алгоритма на рис. П1.4), тогда формировать несимметричный телеграфный процесс можно по формуле

$$x_i = x_{i-1} \oplus \xi_i, \quad (\text{П1.10})$$

где \oplus — операция сложения по модулю 2.

Импульсный процесс с гамма-распределением. Рассмотрим формирование процесса с гамма-распределением, имеющим параметр интенсивности λ_{Π} (см. формулу (П1.9)) и параметр формы r . Используется алгоритм формирования гамма-процесса, изображенный на рис. П1.5 ($0 < r < 1$).

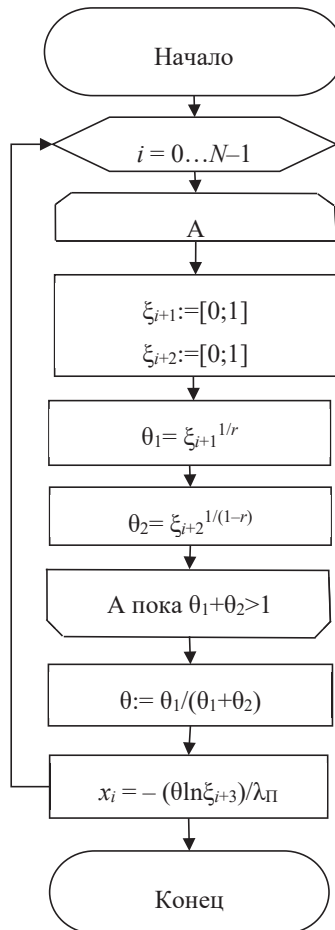


Рис. П1.5. Алгоритм формирования процесса с гамма-распределением

Математическое ожидание гамма-процесса равно r/λ_{Π} , дисперсия — r/λ_{Π}^2 , асимметрия — $2/\sqrt{r}$, эксцесс — $6/r$.

Псевдослучайный процесс (М-последовательность). Необходимым и достаточным условием существования М-последовательности является примитивность многочлена:

$$f(x) = a_n x^n \oplus a_{n-1} x^{n-1} \oplus \dots \oplus a_1 x \oplus 1, \quad (\text{П1.11})$$

где a_1, a_2, \dots, a_n принимают значения 1 или 0; $n = \log_2(N+1)$; \oplus — операция сложения по модулю 2.

Структурная схема генератора М-последовательности состоит из сдвигающего регистра и сумматоров по модулю 2. Для примера на рис. П1.6 изображена схема генератора М-последовательности с $n = 5$ и $N = 31$. В качестве формирующего взят полином $x^5 \oplus x^2 \oplus 1$. В соответствии с коэффициентами полинома на сумматор по модулю 2 поступают символы с 2 и 5 отводов сдвигающего регистра. Для полинома $x^5 \oplus x^4 \oplus x^3 \oplus x^2 \oplus 1$ добавляются отводы с выходов 4 и 3.

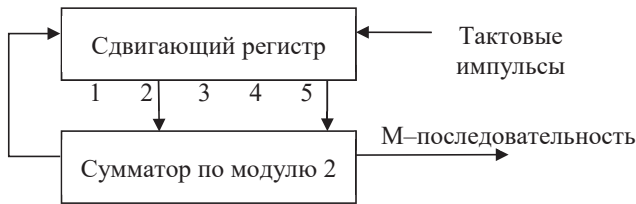


Рис. П1.6. Структурная схема генератора М-последовательности

Приложение 2

Типовое оформление отчета о лабораторной работе

Результаты выполнения лабораторной работы представляются в виде отчета общим объемом 5–7 страниц, включая иллюстрации.

Отчет должен содержать титульный лист, содержание, цель и задание на выполнение работы, основную часть и выводы. Названия структурных частей записки не нумеруются.

Задание излагается в виде текста и таблиц, содержащих входные данные. Основная часть должна состоять из конкретных разделов:

1. Результаты расчетов домашнего задания.
2. Блок-схема лабораторной установки.
3. Осциллограммы напряжений и спектры в контрольных точках (если необходимо).
4. Результаты измерений в виде графиков и таблиц.
5. Выводы по каждому пункту измерений в сравнении с теорией.

Используемые в расчетах формулы, графики, таблицы в тексте необходимо нумеровать: первое число в номере — номер раздела, второе число — порядковый номер формулы (графика, таблицы) внутри раздела. При выполнении вычислений по формуле необходимо сначала привести запись в алгебраической форме, затем подставить все численные значения параметров и записать результат вычислений с обязательным указанием размерности полученной величины.

В выводах необходимо сформулировать основные результаты расчетов домашнего задания в сравнении с каждым пунктом измерений. При необходимости сделать предположения относительно расхождения теоретических и экспериментальных данных.

Оглавление

Список сокращений	3
Условные символы и обозначения	4
Предисловие	6
Введение	8

РАЗДЕЛ А

1. Методы оптимальной обработки сигналов и подавления помех при априорной параметрической и непараметрической неопределенности	10
1.1. Фильтрационные методы.....	11
1.2. Компенсационные методы	16
1.3. Параметрическая неопределенность.....	17
1.4. Непараметрическая неопределенность.....	18
1.5. Слепые условия и классификация методов слепого подавления помех	31
Выводы по главе 1	39
Контрольные вопросы к главе 1	40
2. Фильтрационные и компенсационные методы слепого подавления помех с использованием алгоритмов слепого выделения (разделения) сигналов	41
2.1. Подходы и процедуры слепого выделения (разделения) сигналов.....	41
2.2. Компенсационный метод слепого подавления негауссовых помех при выделении гауссовых сигналов	49
2.3. Фильтрационный метод слепого подавления гауссовых помех при выделении импульсных сигналов	56
2.4. Фильтрационный метод слепого подавления импульсных помех при выделении импульсных сигналов ...	63
2.5. Компенсационный метод подавления помех на основе многоканальной адаптивной обработки сигналов и слепого разделения помех в опорном канале	67
Выводы по главе 2	73
Контрольные вопросы к главе 2	74

3. Фильтрационные и компенсационные методы слепого подавления помех с использованием биспектрального представления процессов и статистик высших порядков.....	75
3.1. Восстановление сигнала из биспектра	75
3.2. Оптимальная фильтрация импульсных сигналов на фоне импульсных помех с произвольным распределением в биспектральной области по критерию минимума моментной функции ошибки 3-го порядка.....	83
3.3. Адаптивная компенсация негауссовых помех в биспектральной области на фоне широкополосного гауссова шума.....	89
3.4. Согласованная фильтрация в биспектральной области по критерию максимизации отношения абсолютных значений моментов 3-го порядка сигнала и помехи	95
3.5. Эвристический метод обнаружения импульсного сигнала на фоне помех с симметричным (гауссовским) распределением с использованием статистик высших порядков	101
Выводы по главе 3.....	108
Контрольные вопросы.....	110
 4. Методы слепой компенсации помех на основе формирования сигнальных и помеховых моделей.....	111
4.1. Слепая оценка сигналов и помех путем формирования их адаптивных моделей	111
4.2. Модельная компенсация помех.....	114
4.3. Способы улучшения оценки сигнала на выходе модельного компенсатора	119
4.4. Компенсатор помех с вейвлет-преобразованием	129
4.5. Слепая компенсация помех на основе векторно-матричных преобразований	132
Выводы по главе 4.....	141
Контрольные вопросы к главе 4.....	142
 РАЗДЕЛ Б	
1. Информативные признаки распознавания сигналов в биспектральной области.....	144
2. Непараметрические алгоритмы обнаружения сигналов на фоне помех.....	149

3. Подавление помех с использованием алгоритмов слепого выделения сигналов	156
4. Компенсация помех на основе биспектрального преобразования сигналов.....	163
5. Модельный компенсатор помех.....	173
Список библиографических ссылок	182
Приложение 1. Модели сигналов и помех	193
Приложение 2. Типовое оформление отчета о лабораторной работе.....	200

Учебное издание

Манохин Антон Евгеньевич

**МЕТОДЫ
СЛЕПОГО ПОДАВЛЕНИЯ ПОМЕХ
ПРИ ОБРАБОТКЕ ПОЛЕЗНЫХ СИГНАЛОВ**

Редактор И. В. Коршунова
Верстка О. П. Игнатъевой

Подписано в печать 05.08.2021. Формат 70×100/16.
Бумага офсетная. Цифровая печать. Усл. печ. л. 16,4.
Уч.-изд. л. 11,0. Тираж 30 экз. Заказ 41.

Издательство Уральского университета
Редакционно-издательский отдел ИПЦ УрФУ
620049, Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 5
Тел.: +7 (343) 375-48-25, 375-46-85, 374-19-41
E-mail: rio@urfu.ru

Отпечатано в Издательско-полиграфическом центре УрФУ
620083, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4
Тел.: +7 (343) 358-93-06, 350-58-20, 350-90-13
Факс: +7 (343) 358-93-06
<http://print.urfu.ru>

